Definiciones

¿Qué es una ecuación diferencial?

Es una expresión matemática (simbólica) que representada bajo la forma "ecuación" y que contiene, al menos, una de las derivadas de una función desconocida denominada como "incógnita".

incógnita

$$F\left(x, y(x), \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \dots\right) = 0$$

variable independiente

$f(x) = x^2 - 5x + 6$ $\qquad f(x) = 0 \qquad x^2 - 5x + 6 = 0$

ecuación

Resolver una ecuación diferencial significa hallar la forma (simbólica) de la incógnita tal que satisface a la ED y la función obtenida la denominaremos "solución"

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + g = 0 \qquad y(t)$$

$$F\left(t, y(t), \frac{dy}{dt}, \frac{d^2y}{dt^2}\right) = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dt}\right) = -g$$

$$d\left(\frac{dy}{dt}\right) = -g\,dt$$

$$\int d\left(\frac{dy}{dt}\right) = -g\int dt$$

$$\frac{dy}{dt} + k_1 = -g(t + k_2)$$

$$\frac{dy}{dt} = -gt + (-k_1 - gk_2)$$

$$\frac{dy}{dt} = -gt + c_1$$

$$dy = (-gt + c_1)\,dt$$

$$\int dy = -g\int t\,dt + c_1\int dt$$

$$\int dy = -g\int t\,dt + c_1\int dt$$

$$y + k_3 = -g\left(\frac{t^2}{2} + k_4\right) + c_1\left(t + k_5\right)$$

$$y = -\frac{g}{2}t^2 + c_1 t + \left(-k_3 - g k_4 + c_1 k_5\right)$$

$$\boxed{y = -\frac{g}{2}t^2 + c_1 t + c_2}$$

Solución

$$\boxed{\frac{d^2y}{dt^2} + g = 0}$$

Ecuación Diferencial

$$y = -\frac{g}{2}t^2 + C_1 t + C_2$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + g = 0$$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{g}{2}(2t) + C_1 + (0)$$

$$[-g] + g = 0$$

$$\frac{dy}{t} = -gt + C_1$$

$$0 \equiv 0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g + (0)$$

$$Ecuacion := \frac{d^2}{dt^2}\,y(t) + gravedad = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2y}{dt^2} = -g}$$

$$Solucion := y(t) = -\frac{1}{2}\,gravedad\,t^2 + \_C1\,t + \_C2$$

d

Ecuación Diferencial → Solución General (única)

(finito) Solución Singular

Solución particular

Solución particular

∞

etc.

$$\boxed{ED} \longleftrightarrow \boxed{SG}$$

$$y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-2x}$$ Solución general (única)

$$EcuacionFinal := \frac{d^2}{dx^2} y(x) - \left(\frac{d}{dx} y(x)\right) - 6\, y(x) = 0$$

$$\downarrow$$

$$F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}\right) = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = 3C_1 e^{3x} - 2C_2 e^{-2x}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 9C_1 e^{3x} + 4C_2 e^{-2x}$$

$$\begin{bmatrix} 3e^{3x} & -2e^{-2x} \\ 9e^{3x} & 4e^{-2x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dy}{dx} \\ \frac{d^2y}{dx^2} \end{bmatrix}$$

¿Qué es una Ecuación Diferencial?

$F(\quad) = 0$ ED

$\frac{dy}{dt}$ derivada de la incógnita

$y(t)$ incognita (v, i)

$y(t) = f(\ldots, t)$ solución