

> restart

> Sistema := diff(y<sub>1</sub>(x), x) = y<sub>2</sub>(x), diff(y<sub>2</sub>(x), x) = y<sub>3</sub>(x), diff(y<sub>3</sub>(x), x) = -4·y<sub>1</sub>(x) + 4·y<sub>2</sub>(x) + y<sub>3</sub>(x) : Sistema<sub>1</sub>; Sistema<sub>2</sub>; Sistema<sub>3</sub>

$$\frac{d}{dx} y_1(x) = y_2(x)$$

$$\frac{d}{dx} y_2(x) = y_3(x)$$

$$\frac{d}{dx} y_3(x) = -4 y_1(x) + 4 y_2(x) + y_3(x) \quad (1)$$

> Solucion := dsolve({Sistema}) : Solucion<sub>1</sub>; Solucion<sub>2</sub>; Solucion<sub>3</sub>

$$y_1(x) = \_C1 e^x - \frac{1}{2} \_C2 e^{-2x} + \frac{1}{2} \_C3 e^{2x}$$

$$y_2(x) = \_C1 e^x + \_C2 e^{-2x} + \_C3 e^{2x}$$

$$y_3(x) = \_C1 e^x - 2 \_C2 e^{-2x} + 2 \_C3 e^{2x} \quad (2)$$

> AA := array([ [0, 1, 0], [0, 0, 1], [-4, 4, 1] ])

$$AA := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

> Xcero := array([ K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub>, K<sub>3</sub> ])

$$Xcero := \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

> with(linalg) :

> MatExp := exponential(AA, x)

$$MatExp := \begin{bmatrix} \frac{1}{6} e^{-2x} + \frac{4}{3} e^x - \frac{1}{2} e^{2x} & \frac{1}{4} e^{2x} - \frac{1}{4} e^{-2x} & \frac{1}{4} e^{2x} - \frac{1}{3} e^x + \frac{1}{12} e^{-2x} \\ -e^{2x} + \frac{4}{3} e^x - \frac{1}{3} e^{-2x} & \frac{1}{2} e^{-2x} + \frac{1}{2} e^{2x} & \frac{1}{2} e^{2x} - \frac{1}{3} e^x - \frac{1}{6} e^{-2x} \\ \frac{4}{3} e^x + \frac{2}{3} e^{-2x} - 2 e^{2x} & e^{2x} - e^{-2x} & \frac{1}{3} e^{-2x} + e^{2x} - \frac{1}{3} e^x \end{bmatrix} \quad (5)$$

> MatExp[2, 3]

$$\frac{1}{2} e^{2x} - \frac{1}{3} e^x - \frac{1}{6} e^{-2x} \quad (6)$$

> MatExp[3, 1]

$$\frac{4}{3} e^x + \frac{2}{3} e^{-2x} - 2 e^{2x} \quad (7)$$

> MatExpInv := map(rcurry(eval, x = -x'), MatExp)

(8)

$$MatExpInv := \begin{bmatrix} \frac{1}{6} e^{2x} + \frac{4}{3} e^{-x} - \frac{1}{2} e^{-2x} & \frac{1}{4} e^{-2x} - \frac{1}{4} e^{2x} & \frac{1}{4} e^{-2x} - \frac{1}{3} e^{-x} + \frac{1}{12} e^{2x} \\ -e^{-2x} + \frac{4}{3} e^{-x} - \frac{1}{3} e^{2x} & \frac{1}{2} e^{-2x} + \frac{1}{2} e^{2x} & \frac{1}{2} e^{-2x} - \frac{1}{3} e^{-x} - \frac{1}{6} e^{2x} \\ \frac{4}{3} e^{-x} + \frac{2}{3} e^{2x} - 2 e^{-2x} & e^{-2x} - e^{2x} & \frac{1}{3} e^{2x} + e^{-2x} - \frac{1}{3} e^{-x} \end{bmatrix} \quad (8)$$

> *Ident* := simplify(evalm( *MatExp* &\* *MatExpInv* ) )

$$Ident := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

> *DerMatExp* := map(diff, *MatExp*, x)

$$DerMatExp := \begin{bmatrix} -e^{2x} + \frac{4}{3} e^x - \frac{1}{3} e^{-2x} & \frac{1}{2} e^{-2x} + \frac{1}{2} e^{2x} & \frac{1}{2} e^{2x} - \frac{1}{3} e^x - \frac{1}{6} e^{-2x} \\ \frac{4}{3} e^x + \frac{2}{3} e^{-2x} - 2 e^{2x} & e^{2x} - e^{-2x} & \frac{1}{3} e^{-2x} + e^{2x} - \frac{1}{3} e^x \\ \frac{4}{3} e^x - \frac{4}{3} e^{-2x} - 4 e^{2x} & 2 e^{2x} + 2 e^{-2x} & -\frac{2}{3} e^{-2x} + 2 e^{2x} - \frac{1}{3} e^x \end{bmatrix} \quad (10)$$

> *ProdAAMatExp* := evalm( *AA* &\* *MatExp* )

$$ProdAAMatExp := \begin{bmatrix} -e^{2x} + \frac{4}{3} e^x - \frac{1}{3} e^{-2x} & \frac{1}{2} e^{-2x} + \frac{1}{2} e^{2x} & \frac{1}{2} e^{2x} - \frac{1}{3} e^x - \frac{1}{6} e^{-2x} \\ \frac{4}{3} e^x + \frac{2}{3} e^{-2x} - 2 e^{2x} & e^{2x} - e^{-2x} & \frac{1}{3} e^{-2x} + e^{2x} - \frac{1}{3} e^x \\ \frac{4}{3} e^x - \frac{4}{3} e^{-2x} - 4 e^{2x} & 2 e^{2x} + 2 e^{-2x} & -\frac{2}{3} e^{-2x} + 2 e^{2x} - \frac{1}{3} e^x \end{bmatrix} \quad (11)$$

> *CeroCero* := evalm( *DerMatExp* - *ProdAAMatExp* )

$$CeroCero := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

> *Identidad* := map(rcurry(eval, x='0'), *MatExp*)

$$Identidad := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

> *SOL* := simplify(evalm( *MatExp* &\* *Xcero* ) ) :  $yy_1(x) = SOL_1; yy_2(x) = SOL_2; yy_3(x) = SOL_3$

$$yy_1(x) = \frac{1}{6} K_1 e^{-2x} + \frac{4}{3} K_1 e^x - \frac{1}{2} K_1 e^{2x} + \frac{1}{4} K_2 e^{2x} - \frac{1}{4} K_2 e^{-2x} + \frac{1}{4} K_3 e^{2x} - \frac{1}{3} K_3 e^x \\ + \frac{1}{12} K_3 e^{-2x}$$

$$\begin{aligned}
y_2(x) &= -K_1 e^{2x} + \frac{4}{3} K_1 e^x - \frac{1}{3} K_1 e^{-2x} + \frac{1}{2} K_2 e^{-2x} + \frac{1}{2} K_2 e^{2x} + \frac{1}{2} K_3 e^{2x} - \frac{1}{3} K_3 e^x \\
&\quad - \frac{1}{6} K_3 e^{-2x} \\
y_3(x) &= \frac{4}{3} K_1 e^x + \frac{2}{3} K_1 e^{-2x} - 2 K_1 e^{2x} + K_2 e^{2x} - K_2 e^{-2x} + \frac{1}{3} K_3 e^{-2x} + K_3 e^{2x} - \frac{1}{3} K_3 e^x \quad (14)
\end{aligned}$$

>

>

>

>