CLASE DE ECUACIONES 28|09|2021.

TEMA 2 - LA ECUACIÓN DIFENCIAL ORDINARIA LINEAL
CON COEFICIENTES CONSTANTES

$$(1)\quad \frac{d^n y}{dx^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots\ldots + a_{n-1}\frac{dy}{dx} + a_n y = Q(x)$$

EDOL(n) CC NH

$$\frac{dy}{dx} + a_0 y = Q(x)$$ PRIMER ORDEN NO HOMOGENEA

$$\frac{dy}{dx} + a_0 y = 0$$ PRIMER ORDEN HOMOGENEA ASOCIADA.

$$\frac{dy}{dx} = y \rightarrow \frac{dy}{dx} - y = 0 \qquad a_0 = -1$$

H. $y = e^x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = e^x \qquad [e^x] = e^x$

$0 \equiv 0$

$\boxed{y = c_1 e^x}$ SOLUCIÓN GENERAL $c_1 \in \mathbb{R}$

$$\frac{dy}{dx} = 0 \qquad y = C_1$$

$$\frac{dy}{dx} + ay = 0 \qquad a \in \mathbb{R}$$

suponemos hipótesis $y = e^{mx} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = e^{mx}\frac{d}{dx}(mx)$

$$\frac{dy}{dx} = m e^{mx}$$

$$[m e^{mx}] + a[e^{mx}] = 0$$

$$(m+a) e^{mx} = 0 \qquad e^{mx} \neq 0 \quad \left|\; mx \to -\infty \quad e^{mx} = 0\right.$$

$m + a = 0$ ECUACIÓN CARACTERÍSTICA DE LA EDOL(1)cc H.

$$\boxed{m = -a}$$

$$\frac{dy}{dx} + ay = 0 \longrightarrow y_g = C_1 e^{-ax}$$

EDOL(1)ccNH $\frac{dy}{dx} + ay = Q(x) \longrightarrow y_g = C_1 e^{-x} + y_{P/Q}$

EDOL(1)CVNH $\frac{dy}{dx} + p(x) y = q(x) \qquad y_g = C_1 e^{-\int p(x)dx} + e^{-\int p(x)dx}\int e^{\int p(x)dx} q(x)\, dx$

$$\frac{dy}{dx} + ay = Q(x) \longrightarrow y_g = C_1 e^{-ax} + \underbrace{e^{-ax}\int e^{ax} Q(x)\, dx}_{y_{P/Q}}$$

$\frac{dy}{dx} - 3y = 4x$ $\quad a = -3$ $\quad Q(x) = 4x$ $\quad$ EDOL(1)ccNH.

$\boxed{\frac{dy}{dx} - 3y = 0} \rightarrow y_{g/H} = c_1 e^{3x}$ $\qquad y_{p/Q} = e^{3x} \int e^{-3x}\, 4\, x\, dx$

$= 4e^{3x} \int x e^{-3x} dx$

$g := -\frac{1}{9}(3x+1)\,e^{-3x}$

$y_{p/Q} = 4\, \cancel{e^{3x}} \quad \frac{1}{\ } \quad -\frac{1}{\ } \quad \cancel{-3x}$

$y_{g/h} = c_1 e^{3x} \qquad y_{p/Q} = -\frac{4}{3}x - \frac{4}{9}$

$$SolucionGeneral := y(x) = -\frac{4}{3}x - \frac{4}{9} + e^{3x}\_C1$$

EDOL(2)ccH

$\frac{d^2y}{dx^2} + a_1 \frac{dy}{dx} + a_2 y = 0 \qquad y_p = e^{mx}$ HIPÓTESIS

$(m^2 e^{mx} + a_1 m e^{mx} + a_2 e^{mx}) = 0 \qquad \frac{dy}{dx} = m e^{mx}$

$(m^2 + a_1 m + a_2) e^{mx} = 0 \qquad \frac{d^2y}{dx^2} = m^2 e^{mx}$

ECUACIÓN CARACTERÍSTICA $\boxed{m^2 + a_1 m + a_2 = 0} \rightarrow (m - m_1) * (m - m_2) = 0$

RAÍCES $\rightarrow m_1, m_2$

CASO I $\rightarrow$ $m_1 \neq m_2$ son ambas reales y distintas

CASO II $\rightarrow$ $m_1 = m_2$ ES REAL

CASO III $\rightarrow$ m_1, m_2 son un par complejo.

CASO I. $\frac{d^2y}{dx^2} + a_1\frac{dy}{dx} + a_2 y = 0$

$m^2 + a_1 m + a_2 = 0 \longrightarrow m_1 \neq m_2 \in \mathbb{R}$

$y_p = e^{m_1 x} \quad y_p = e^{m_2 x}$

$\longrightarrow y_g = c_1 e^{m_1 x} + c_2 e^{m_2 x}$ $\quad e^{m_1 x}$ linealmente independiente $e^{m_2 x}$

$$\begin{vmatrix} e^{m_1 x} & e^{m_2 x} \\ m_1 e^{m_1 x} & m_2 e^{m_2 x} \end{vmatrix} \neq 0$$

$m_2 e^{m_1 x} e^{m_2 x} - m_1 e^{m_1 x} e^{m_2 x} \neq 0$

$(m_2 - m_1) e^{m_1 x} e^{m_2 x} \neq 0$

$m_2 - m_1 \neq 0$

$m_2 \neq m_1$