# Clase Ecuaciones Diferenciales

30-09-2021

Repaso Tema 1.

concepto de solución SINGULAR

- EDO
  - LINEALES
    - todas →
      - solución General (única)
      - soluciones Particulares ($\infty$)
  - NO LINEALES
    - a) →
    - b) →
      - Solución General (única)
      - soluciones Particulares ($\infty$)
      - SOLUCIONES SINGULARES (#)

Una solución singular será aquella función que satisface a la EDONL pero que no parte de darle valor a la constante arbitraria de la solución general por lo tanto no puede tampoco ser solución particular.

TEMA 2 :- EDOL(2) CCH.

CASO I.- $m_1 \neq m_2 \in \mathbb{R}$

CASO II.- $m_1 = m_2 \in \mathbb{R}$

CASO III.- $m_1 . m_2 \in \mathbb{C} \quad m_1 \neq m_2$

---

CASO III.- $m_1 = a + bi$

$m_2 = a - bi$

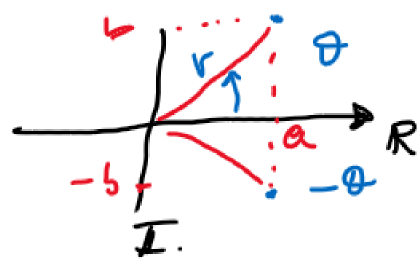
$$y(x) = C_1 e^{(a+bi)x} + C_2 e^{(a-bi)x} \qquad a \in \mathbb{R}$$

$$= e^{ax}\left(C_1 e^{bxi} + C_2 e^{-bxi}\right) \qquad b \in \mathbb{R}^+$$

$y(x) \in \mathbb{R}$

Teorema Euler

$$e^{\pi i} = -1$$




$$e^{\theta i} = \cos(\theta) + i\,\mathrm{sen}(\theta)$$

$$e^{-\theta i} = \cos(\theta) - i\,\mathrm{sen}(\theta)$$

$$e^{bxi} = \cos(bx) + i\,\mathrm{sen}(bx)$$

$$e^{-bxi} = \cos(bx) - i\,\mathrm{sen}(bx)$$

$$y(x) = e^{ax}\left(C_1[\cos(bx) + i\,\mathrm{sen}(bx)] + C_2[\cos(bx) - i\,\mathrm{sen}(bx)]\right)$$

$$= e^{ax}\left([C_1 + C_2]\cos(bx) + [C_1 i - C_2 i]\,\mathrm{sen}(bx)\right)$$

CASO III

$$= e^{ax}\left(C_{10}\cos(bx) + C_{20}\,\mathrm{sen}(bx)\right)$$

$$y(x) = C_{10} e^{ax}\cos(bx) + C_{20} e^{ax}\,\mathrm{sen}(bx)$$

$m_1 = a + bi$
$m_2 = a - bi$
$a \in \mathbb{R} \quad b \in \mathbb{R}^+$

CASO II.- $m_1 = m_2 \in \mathbb{R}$ $\quad m^2 + a_1 m + a_2 = 0$

$y = e \longrightarrow e$

$m^2 + a_1 m + a_2 = 0 \qquad m_1 = m_2$

$\frac{d}{dm}$ $\quad 2m + a_1 = 0 \longrightarrow 2m_1 = -a_1 \longrightarrow 0 = 0$

$m^2 + a_1 m + a_2 = 0 \longrightarrow (m - m_1)(m - m_2) = 0 \qquad m_1 \neq m_2$

$\frac{d}{dm}$ $\quad (m - m_2)(1) + (m - m_1)(1) = 0$

$\longrightarrow (m - m_1)(m - m_1) = 0 \qquad m_1 = m_2$

$(m - m_1)^2 = 0$

$\frac{d}{dm}$ $\quad 2(m - m_1) = 0 \qquad m = m_1 \quad 0 = 0$

$$m^2+a_1m+a_2=0 \qquad m_1=m_2\in\mathbb{R}$$

$$y(x)=e^{mx} \xrightarrow{\;m=m_1\;} e^{m_1x}$$

$$\frac{d}{dm}\Big\downarrow \quad y(x)=xe^{mx} \xrightarrow{\;m=m_1\;} \underline{xe^{m_1x}}$$

$$y=xe^{m_1x} \longrightarrow \frac{dy}{dx}=m_1xe^{m_1x}+e^{m_1x}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=m_1\left(m_1xe^{m_1x}+e^{m_1x}\right)+m_1e^{m_1x}$$

$$=m_1^2xe^{m_1x}+2m_1e^{m_1x}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}+a_1\frac{dy}{dx}+a_2y=0$$

$$\left(m_1^2xe^{m_1x}+2m_1e^{m_1x}\right)+a_1\left(m_1xe^{m_1x}+e^{m_1x}\right)+a_2xe^{m_1x}=0$$

$$\underbrace{\left(m_1^2+a_1m_1+a_2\right)}_{=0}xe^{m_1x}+\underbrace{\left(2m_1+a_1\right)}_{=0}e^{m_1x}=0$$

$$0\equiv 0$$

CASO II.-

$$y=c_1e^{m_1x}+c_2xe^{m_1x}$$