PRIMERA CLASE ECUACIONES DIFERENCIALES

$$F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \ldots\right) = 0$$

Expr. matemática que contiene, al menos, una de las derivadas de una función desconocida llamada incógnita. $y(x)$; "x" Var. indep.

Todo el semestre buscaremos resolver ED que significa obtener la forma de la incógnita que satisfaga la ED.

$$\frac{dy}{dx} = 0 \qquad y(x)? \qquad \underbrace{y = C_1}_{\text{Solución}} \rightarrow y' = 0$$

$$[0] = 0 \rightarrow 0 \equiv 0$$

Solución

ED

$$\frac{dy}{dx} = y \qquad y = e^x \longrightarrow y' = e^x$$

$$[e^x] = [e^x] \longrightarrow e^x - e^x = 0 \longrightarrow 0 \equiv 0$$

Una Ecuación Diferencial Ordinaria tendrá:

a) una y sólo una solución general

b) un número infinito de soluciones particulares

c) un número finito de soluciones singulares. en algunas ecuaciones no lineales.

$y(x) = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$ solución general

$\frac{dy}{dx} = 2C_1 e^{2x} + 3C_2 e^{3x} \to -2\frac{dy}{dx} = -4C_1 e^{2x} - 6C_2 e^{3x}$

$\frac{d^2y}{dx^2} = 4C_1 e^{2x} + 9C_2 e^{3x}$ $\qquad + \quad \frac{d^2y}{dx^2} = 4C_1 e^{2x} + 9C_2 e^{3x}$

$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} = (0) + 3C_2 e^{3x}$

$\frac{dy}{dx} = 2C_1 e^{2x} + \cancel{3}\left(\frac{\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx}}{\cancel{3}\cancel{e^{3x}}}\right)\cancel{e^{3x}}$ $\qquad C_2 = \frac{\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx}}{3e^{3x}}$

$\frac{dy}{dx} = 2C_1 e^{2x} + \frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx}$

$-\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} = 2C_1 e^{2x}$ $\qquad C_1 = \frac{-\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx}}{2e^{2x}}$

$y(x) = \left(\frac{-\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx}}{2\cancel{e^{2x}}}\right)\cancel{e^{2x}} + \left(\frac{\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx}}{3\cancel{e^{3x}}}\right)\cancel{e^{3x}}$

$y(x) = \frac{1}{2}\left(-\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx}\right)$

$\times = 3\left(-\frac{d^2y}{x^2} + 3\frac{dy}{dx}\right) + 2\left(\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx}\right)$

$6y(x) = (-3+2)\frac{d^2y}{dx^2} + (9-4)\frac{dy}{dx}$

$6y(x) = -\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx}$

$$\boxed{\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0}$$

$$\boxed{y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}}$$

$$\text{ED}\begin{cases}\text{Ordinarias} \longrightarrow y(x) \quad x \text{ var. ind.} \\ \text{Tema I, II, III} \\ \\ \text{en Derivadas Parciales} \quad z(x,y) \quad \left.\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}\right\} \text{Var. indep} \\ \text{Tema IV}\end{cases}$$

ORDEN 2

TEMA I, II, III $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 5\dfrac{dy}{dx} + 6y = 0$ EDO $y(x)$

ORDEN 2

TEMA IV $\dfrac{\partial z}{\partial x} - 5\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 4\dfrac{\partial z}{\partial y} = z$ EDenDP $z(x,y)$

orden ED $\left\{\begin{matrix} O \\ \text{en DP}\end{matrix}\right\}$ estará dado por la derivada de mayor orden

El orden en EDO determina la cantidad de constantes asociadas a sol. particulares (fundamentales) que contiene la solución general (única).

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0 \qquad \underline{\text{orden} = 2}$$

$$y = c_1 \underbrace{e^{2x}}_{\text{SPF}} + c_2 \underbrace{e^{3x}}_{\text{SPF}}$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} - a_1\frac{d^2y}{dx^2} + a_2 y = 0 \qquad \text{orden} = 4$$

$$y_g = c_1y_1 + c_2y_2 + c_3y_3 + c_4y_4$$

$\frac{dy}{dx}$	y'	$\dot{y}$	primera derivada
$\frac{d^2y}{dx^2}$	y''	$\ddot{y}$	segunda derivada
$\frac{d^3y}{dx^3}$	y'''	$\dddot{y}$	tercera derivada
Leibnitz	Alg Lineal	Newton	

$$y = c_1e^{2x} + c_2e^{3x} \qquad \text{solución general}$$

$c_1 = 2 \quad c_2 = -3$

$$y = 2e^{2x} - 3e^{3x} \qquad \text{solución particular}$$

$c_1 = 1 \quad c_2 = 0$

$y = e^{2x}$

Solución particular fundamental

$c_1 = 0 \quad c_2 = 1$

$y = e^{3x}$

$$W \Rightarrow \begin{vmatrix} e^{2x} & e^{3x} \\ 2e^{2x} & 3e^{3x} \end{vmatrix} \neq 0$$