

$$y'' + 4y' + 3y = 9e^{-3x}$$

$$y'' + 4y' + 3y = 0$$

$$(D^2 + 4D + 3)y = 0$$

$$(D+1)(D+3)y = 0$$

$$y_{g/H} = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x}$$

$$Q = 9e^{-3x}$$

$$\rightarrow y_g = A(x)e^{-x} + B(x)e^{-3x} \quad (MPV)$$

$$(M O D) \quad (D^2 + 4D + 3)y = 9e^{-3x} \quad EDO(2) \text{ LCC NH.}$$

$$(D+1)(D+3)(D+3)y = 0 \quad \checkmark$$

$$\hookrightarrow (D+1)(D+3)^2 y = 0 \quad EDO(3) \text{ LCC H.}$$

$$y_{g/H} = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x} + C_3 x e^{-3x}$$

$$y_{g/NH} = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x} + A x e^{-3x}$$

$$y_{p/Q} = A x e^{-3x}$$

$$y' = -3A x e^{-3x} + A e^{-3x}$$

$$y'' = 9A x e^{-3x} - 3A e^{-3x} - 3A e^{-3x}$$

$$y'' = 9A x e^{-3x} - 6A e^{-3x}$$

$$[9A x e^{-3x} - 6A e^{-3x}] + 4[-3A x e^{-3x} + A e^{-3x}] + 3[A x e^{-3x}] = 9e^{-3x}$$

$$\underbrace{(9A - 12A + 3A)}_{(9A - 6A)} x e^{-3x} + (-6A + 4A) e^{-3x} = 9e^{-3x}$$

$$(0) x e^{-3x} - 2A e^{-3x} = 9e^{-3x}$$

$$\boxed{-2A = 9}$$

$$A = -\frac{9}{2}$$

$$y_g = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x} - \frac{9}{2} x e^{-3x}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} e^{-x} & e^{-3x} \\ -e^{-x} & -3e^{-3x} \end{bmatrix}}_{WW} \times \begin{bmatrix} f'(x) \\ B'(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} BB \\ 0 \\ qe^{-3x} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} y &= C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x} - \frac{9}{2} x e^{-3x} \\ y' &= -C_1 e^{-x} - 3C_2 e^{-3x} - \frac{9}{2} (-3x e^{-3x} + e^{-3x}) \\ &= -C_1 e^{-x} - 3C_2 e^{-3x} + \frac{27}{2} x e^{-3x} - \frac{9}{2} e^{-3x} \\ y'' &= C_1 e^{-x} + 9C_2 e^{-3x} + \frac{27}{2} (-3x e^{-3x} + e^{-3x}) + \frac{27}{2} e^{-3x} \\ &= C_1 e^{-x} + 9C_2 e^{-3x} - \frac{81}{2} x e^{-3x} + \left(\frac{27}{2} + \frac{27}{2}\right) e^{-3x} \\ &= C_1 e^{-x} + 9C_2 e^{-3x} - \frac{81}{2} x e^{-3x} + \frac{54}{2} e^{-3x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y''' &= C_1 e^{-x} + 9C_2 e^{-3x} - \frac{81}{2} x e^{-3x} + 27 e^{-3x} \\ 4y' &= -4C_1 e^{-x} - 12C_2 e^{-3x} + 54 x e^{-3x} - 18 e^{-3x} \\ 3y &= +3C_1 e^{-x} + 3C_2 e^{-3x} - \frac{27}{2} x e^{-3x} \\ \hline \Rightarrow 9e^{-3x} & (0) \quad (0) \quad (0) \quad + 9e^{-3x} \end{aligned}$$