$$F(x, y(x), y'(x), \ldots) = 0$$

Es una expresión matemática con forma ecuación $F(\quad) = 0$ y contiene, al menos, una de las derivadas de una función desconocida denominada "incógnita".

$$F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \ldots\right) = 0$$

Resolver una ED.

Encontrar la forma matemática de la incógnita, tal que satisfaga la ED.

$$y(x) \longrightarrow f(x)$$ Solución

$$0 \equiv 0$$

Propiedades de las ED.

ED $\begin{cases} \text{ordinarias} \quad F(x, y(x), y'(x), \dots) = 0 \quad y(x) \\ \\ \text{parciales} \quad F\left(x, y, z(x,y), \frac{\partial z}{\partial x}, \dots\right) = 0 \end{cases}$

var. indep.

$z(x, y)$

dos ó más var. indep.

Orden de ED.

El orden de la derivada de mayor orden es el de la ED completa.

Qué indica el orden

es única

ordinarias $y_g = c_1 y_1 + c_2 y_2 + \dots + c_n y_n$

parciales $z_g = f_1(x,y) + f_2(x,y) + \dots + f_n(x,y)$

puede ser múltiple

$$\rightarrow \underline{y} = C_1 e^{2x} + C_2 e^{x}\cos(3x) + C_3 e^{x}\operatorname{sen}(3x)$$

$$y' = 2C_1 e^{2x} + C_2\left(-3e^{x}\operatorname{sen}(3x) + e^{x}\cos(3x)\right) +$$

$$+ C_3\left(3e^{x}\cos(3x) + e^{x}\operatorname{sen}(3x)\right).$$

$$\rightarrow y' = 2C_1 e^{2x} + (C_2 + 3C_3)e^{x}\cos(3x) +$$

$$+ (-3C_2 + C_3)e^{x}\operatorname{sen}(3x)$$

$$\text{EDO}\begin{cases} \text{L.} & \begin{cases} H \quad Q=0 & \begin{cases} CC \\ CV. \end{cases} \\ NH \quad Q\neq 0 & \begin{cases} CC \\ CV \end{cases} \end{cases} \\ \\ \text{NL.} \end{cases}$$

$$a_0(x)\frac{d^n y}{dx^n} + a_1(x)\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_{n-1}(x)\frac{dy}{dx} + a_n(x)\,y = Q(x)$$

CAP. 1. NO LINEAL PRIMER ORDEN

$$M(x,y) + N(x,y)\frac{dy}{dx} = 0.$$

$$\times \quad \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

M1.- Var Sep.

M2.- Coef. Hom.

M3.- Exacta

M4.- Fact. Int.

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x).$$

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = 0$$

$$\frac{dy}{y} + p(x)dx = 0$$

$$\frac{dy}{y} = -p(x)dx$$

$$\int \frac{dy}{y} = -\int p(x)dx$$

$$\ln y = -\int p(x)dx$$

$$\underline{y = e^{-\int p(x)dx}}$$

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)$$

$$e^{\int p(x)dx}\left(\frac{dy}{dx} + p(x)y\right) = e^{\int p(x)dx} q(x)$$

$$\frac{d}{dx}\left(e^{\int p(x)dx} y\right) = e^{\int p(x)dx} q(x)$$

$$\int d\left(e^{\int p(x)dx} y\right) = \int e^{\int p(x)dx} q(x)\,dx$$

$$e^{\int p(x)dx} y = C_1 + \int e^{\int p(x)dx} q(x)\,dx$$

$$y = C_1 e^{-\int p(x)dx} + e^{-\int p(x)dx}\int e^{\int p(x)dx} q(x)\,dx$$

TEMA 2.- LINEAL Orden Superior
coef. constantes.

Hom.

$$\frac{d^2y}{dx^2}+3\frac{dy}{dx}+4y=0.$$

$$m^2+3m+4=0$$

$$m=\frac{-3\pm\sqrt{9-4(4)}}{2}$$

$$m=\frac{-3\pm\sqrt{-7}}{2}$$

$$m=-\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{7}}{2}i$$

$$y=C_1e^{-\frac{3}{2}x}\cos\left(\frac{\sqrt{7}}{2}x\right)+C_2e^{-\frac{3}{2}x}\operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{7}}{2}x\right)$$

$$y_g=C_1e^{2x}+C_2xe^{2x}+C_3e^{2x}\cos(3x)+C_4e^{2x}\operatorname{sen}(3x)$$

$$y_g=e^{2x}\left(C_1+C_2x+C_3\cos(3x)+C_4\operatorname{sen}(3x)\right)$$

$$(m-2)^2\left((m-2)^2+9\right)=0$$

$$(m^2-4m+4)(m^2-4m+4+9)=0$$

$$m^4+(-4m^3-4m^3)+(13m^2+4m^2+16m^2)+($$

$$(-52m-16m)+(52)=0$$

$$m^4-8m^3+33m^2-68m+52=0$$

$$\boxed{y^{iv}-8y'''+33y''-68y'+52y=0}$$

$$P(D)y = Q(x)$$

$$P(D)y = 0$$

$$y_h = C_1 y_1 + C_2 y_2 + \dots + C_n y_n.$$

Aniq.

$$Q(x) = \left\{ \begin{array}{l} x^n \\ e^{ax} \\ \cos(bx) \\ \text{sen}(bx) \end{array} \right\}$$

n

$$(D-a)(D-b)\cdots(D-z)y = Q(x)$$

$n+b$

$$(D-a)(D-b)\cdots(D-z)(D-a_1)_A(D-a_2)_A\cdots = 0$$

$$P(D)y = Q(x)$$

Parámetros Variables.

$$P(D)y = 0$$

$$y_H = C_1 y_1 + C_2 y_2 + \dots + C_n y_n$$

$$y_{NH} = A(x) y_1 + B(x) y_2 + \dots + Z_n(x) y_n.$$

3.1 Transformada de Laplace

$$\mathcal{L}\{f(x)\} = F(s)$$

4.1 Sistemas de Ecs. LINEAL 1er orden

Matriz Exponencial

$$e^{Ax}$$

$$\frac{d}{dx}e^{Ax} = Ae^{Ax}$$

$$A = \frac{d}{dx}e^{Ax} \times e^{A(-x)}$$

Tema 4.:

Ecuaciones Diferenciales
en derivadas parciales

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = 3x(t) + 4y(t) + e^{3t}$$

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = -2x(t) - 6y(t) - t^2$$

$$x(t) = x_1(t) \qquad y(t) = y_1(t)$$

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2(t) \qquad \frac{dy_1}{dt} = y_2(t)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 3x_1(t) + 4y_1(t) + e^{3t}$$

$$\frac{dy_2}{dt} = -2x_1(t) - 6y_1(t) - t^2$$

$$\frac{d}{dt}\underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}}_{\bar{x}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -6 & 0 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}}_{\bar{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ e^{3t} \\ 0 \\ -t^2 \end{bmatrix}}_{\bar{b}(t)}$$

$$\frac{d}{dt}\bar{x} = A\bar{x} + \bar{b}(t)$$