>

SOLUCION

FACULTAD DE INGENIERÍA
ECUACIONES DIFERENCIALES
PRIMER EXAMEN PARCIAL

2011 MARZO 7

> *restart*

1) **(total=20 puntos)** DADA LA SIGUIENTE ECUACIÓN DIFERENCIAL ORDINARIA:

$$\left(\frac{d}{dx}y(x)\right)^3 - 4\,x\,y(x)\left(\frac{d}{dx}y(x)\right) + 8\,y(x)^2 = 0 \qquad (1)$$

> _C:

a) **(4 puntos)** DÉ SU CLASIFICACIÓN: **(ordinaria o en derivadas parciales, de qué orden, lineal o no lineal, de qué grado)**

b) SI SU SOLUCIÓN GENERAL ES LA SIGUIENTE EXPRESIÓN:

$$y(x) = \_C1\,x^2 - 2\,x\,\_C1^2 + \_C1^3 \qquad (2)$$

>

INDIQUE CUÁLES DE LAS SIGUIENTES FUNCIONES SON SU SOLUCIÓN Y DE QUÉ TIPO **(particular o singular)** Y CUÁLES NO LO SON, JUSTIFICANDO CADA RESULTADO **(2 puntos cada respuesta correcta menos 1 punto por cada incorrecta)**:

$$y_1 = x^2 - 2\,x + 1$$

$$y_2 = x^2 + 2\,x + 1$$

$$y_3 = 2\,x^2 - 8\,x + 8$$

$$y_4 = -3\,x^2 - 18\,x - 27$$

$$y_5 = -\frac{4}{27}\,x^3$$

$$y_6 = -\frac{5}{27}\,x^3$$

$$y_7 = \frac{4}{27}\,x^3$$

$$y_8 = \frac{2}{9}\,x^3 \qquad (3)$$

> *restart*

RESPUESTAS 1)

> $Ecuacion := \left(\frac{d}{dx}y(x)\right)^3 - 4\,x\,y(x)\left(\frac{d}{dx}y(x)\right) + 8\,y(x)^2 = 0$

$$Ecuacion := \left(\frac{d}{dx}y(x)\right)^3 - 4\,x\,y(x)\left(\frac{d}{dx}y(x)\right) + 8\,y(x)^2 = 0 \qquad (4)$$

> $SolucionGeneral := y(x) = \_C1\,x^2 - 2\,x\,\_C1^2 + \_C1^3;$

$$SolucionGeneral := y(x) = \_C1\,x^2 - 2\,x\,\_C1^2 + \_C1^3 \qquad (5)$$

> $comprobacion_0 := simplify(eval(subs(y(x) = rhs(SolucionGeneral), Ecuacion)));$

$$comprobacion_0 := 0 = 0 \qquad (6)$$

POR LO TANTO SE COMPRUEBA QUE LA SOLUCIÓN GENERAL SATISFACE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL

RESPUESTA INCISO 1a)

LA ECUACIÓN DIFERENCIAL ES: ORDINARIA DE PRIMER ORDEN NO-LINEAL Y DE GRADO 3 **EDO(1).N-L.G=3**

RESPUESTA INCISO 1b)

> $Solucion_1 := y_1 = x^2 - 2x + 1;$

$$Solucion_1 := y_1 = x^2 - 2x + 1 \tag{7}$$

> $comprobacion_1 := simplify(eval(subs(y(x) = rhs(Solucion_1), Ecuacion)))$

$$comprobacion_1 := 0 = 0 \tag{8}$$

> $ParametroUno := solve(rhs(Solucion_1) = rhs(SolucionGeneral), \_C1);$

$$ParametroUno := 1, x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{4x-3}, x - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{4x-3} \tag{9}$$

> $ParametroUno_1;$

$$1 \tag{10}$$

LA Solucion_1 ES **PARTICULAR** PORQUE ADEMÁS DE SATISFACER LA ECUACIÓN, LA CONSTANTE TOMA EL VALOR = 1

> $Solucion_2 := y_2 = x^2 + 2x + 1$

$$Solucion_2 := y_2 = x^2 + 2x + 1 \tag{11}$$

> $comprobacion_2 := simplify(eval(subs(y(x) = rhs(Solucion_2), Ecuacion)))$

$$comprobacion_2 := 16x^3 + 48x^2 + 48x + 16 = 0 \tag{12}$$

LA Solucion_2 **NO ES SOLUCIÓN** DE LA ECUACIÓN POR QUE NO LA SATISFACE

> $Solucion_3 := y_3 = 2x^2 - 8x + 8$

$$Solucion_3 := y_3 = 2x^2 - 8x + 8 \tag{13}$$

> $comprobacion_3 := simplify(eval(subs(y(x) = rhs(Solucion_3), Ecuacion)))$

$$comprobacion_3 := 0 = 0 \tag{14}$$

> $ParametroTres := solve(rhs(Solucion_3) = rhs(SolucionGeneral), \_C1);$

$$ParametroTres := 2, x - 1 + \sqrt{2x-3}, x - 1 - \sqrt{2x-3} \tag{15}$$

> $ParametroTres_1;$

$$2 \tag{16}$$

LA Solucion_3 ES **PARTICULAR** PORQUE ADEMÁS DE SATISFACER LA ECUACIÓN, LA CONSTANTE TOMA EL VALOR = 2

> $Solucion_4 := y_4 = -3x^2 - 18x - 27$

$$Solucion_4 := y_4 = -3x^2 - 18x - 27 \tag{17}$$

> $comprobacion_4 := simplify(eval(subs(y(x) = rhs(Solucion_4), Ecuacion)))$

$$comprobacion_4 := 0 = 0 \tag{18}$$

> $ParametroCuatro := solve(rhs(Solucion_4) = rhs(SolucionGeneral), \_C1);$

$$ParametroCuatro := -3, x + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{-12\,x - 27}, x + \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{-12\,x - 27} \quad \textbf{(19)}$$

> $ParametroCuatro_1;$

$$-3 \quad \textbf{(20)}$$

LA Solucion_4 ES **PARTICULAR** PORQUE ADEMÁS DE SATISFACER LA ECUACIÓN, LA CONSTANTE TOMA EL VALOR = - 3

> $Solucion_5 := y_5 = -\frac{4}{27}\,x^3$

$$Solucion_5 := y_5 = -\frac{4}{27}\,x^3 \quad \textbf{(21)}$$

> $comprobacion_5 := simplify(eval(subs(y(x) = rhs(Solucion_5), Ecuacion)))$

$$comprobacion_5 := -\frac{128}{729}\,x^6 = 0 \quad \textbf{(22)}$$

LA Solucion_5 **NO ES SOLUCIÓN** DE LA ECUACIÓN POR QUE NO LA SATISFACE

> $Solucion_6 := y_6 = -\frac{5}{27}\,x^3$

$$Solucion_6 := y_6 = -\frac{5}{27}\,x^3 \quad \textbf{(23)}$$

> $comprobacion_6 := simplify(eval(subs(y(x) = rhs(Solucion_6), Ecuacion)))$

$$comprobacion_6 := -\frac{25}{81}\,x^6 = 0 \quad \textbf{(24)}$$

LA Solucion_6 **NO ES SOLUCIÓN** DE LA ECUACIÓN POR QUE NO LA SATISFACE

> $Solucion_7 := y_7 = \frac{4}{27}\,x^3$

$$Solucion_7 := y_7 = \frac{4}{27}\,x^3 \quad \textbf{(25)}$$

> $comprobacion_7 := simplify(eval(subs(y(x) = rhs(Solucion_7), Ecuacion)))$

$$comprobacion_7 := 0 = 0 \quad \textbf{(26)}$$

> $ParametroSiete := solve(rhs(Solucion_7) = rhs(SolucionGeneral), \_C1);$

$$ParametroSiete := \frac{4}{3}\,x, \frac{1}{3}\,x, \frac{1}{3}\,x \quad \textbf{(27)}$$

LA Solucion_7 ES **SINGULAR** PORQUE ADEMÁS DE SATISFACER LA ECUACIÓN NO HAY VALOR REAL PARA LA CONSTANTE

> $Solucion_8 := y_8 = \frac{2}{9}\,x^3$

$$Solucion_8 := y_8 = \frac{2}{9}\,x^3 \quad \textbf{(28)}$$

> $comprobacion_8 := simplify(eval(subs(y(x) = rhs(Solucion_8), Ecuacion)))$

$$comprobacion_8 := \frac{8}{81}\,x^6 = 0 \quad \textbf{(29)}$$

LA Solucion_8 **NO ES SOLUCIÓN** DE LA ECUACIÓN POR QUE NO LA SATISFACE

> *restart*

FIN RESPUESTAS 1)

<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<

2) **(total=20 puntos)** DADA LA SOLUCIÓN GENERAL SIGUIENTE:

$$y(x) = \_C1\, e^{2x} + \_C2\, x\, e^{-2x} + \_C3 \sin(3x) + \_C4 \cos(3x) \tag{30}$$

>

a) **(10/100 puntos)** OBTENGA SU ECUACIÓN DIFERENCIAL CORRESPONDIENTE

b) **(10/100 puntos)** DÉ LA CLASIFICACIÓN DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL OBTENIDA (de qué orden; coeficientes constantes o variables, homogénea o no-homogénea):

RESPUESTAS 2)

> *restart*

RESPUESTA INCISO 2a)

> $SolucionGeneral := y(x) = \_C1\, e^{2x} + \_C2\, x\, e^{-2x} + \_C3 \sin(3x) + \_C4 \cos(3x)$

$$SolucionGeneral := y(x) = \_C1\, e^{2x} + \_C2\, x\, e^{-2x} + \_C3 \sin(3x) + \_C4 \cos(3x) \tag{31}$$

COMO LA ECUACION ES DE CUARTO ORDEN DEBEMOS DERIVAR CUATRO VECES

> *Sistema* := *diff*(*SolucionGeneral*, *x*), *diff*(*SolucionGeneral*, *x*$2), *diff*(*SolucionGeneral*, *x*$3), *diff*(*SolucionGeneral*, *x*$4) : $Sistema_1$; $Sistema_2$; $Sistema_3$; $Sistema_4$;

$$\frac{d}{dx} y(x) = 2\,\_C1\, e^{2x} + \_C2\, e^{-2x} - 2\,\_C2\, x\, e^{-2x} + 3\,\_C3 \cos(3x) - 3\,\_C4 \sin(3x)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} y(x) = 4\,\_C1\, e^{2x} - 4\,\_C2\, e^{-2x} + 4\,\_C2\, x\, e^{-2x} - 9\,\_C3 \sin(3x) - 9\,\_C4 \cos(3x)$$

$$\frac{d^3}{dx^3} y(x) = 8\,\_C1\, e^{2x} + 12\,\_C2\, e^{-2x} - 8\,\_C2\, x\, e^{-2x} - 27\,\_C3 \cos(3x) + 27\,\_C4 \sin(3x)$$

$$\frac{d^4}{dx^4} y(x) = 16\,\_C1\, e^{2x} - 32\,\_C2\, e^{-2x} + 16\,\_C2\, x\, e^{-2x} + 81\,\_C3 \sin(3x) + 81\,\_C4 \cos(3x) \tag{32}$$

> *Parametro* := *solve*({*Sistema*}, {_C1, _C2, _C3, _C4})

$$Parametro := \Bigg\{ \_C1 = \frac{1}{52} \frac{1}{e^{2x}(-55 + 52x)} \left(52x \left(\frac{d^3}{dx^3} y(x) \right) + 26 \left(\frac{d^4}{dx^4} y(x) \right) x \right. \tag{33}$$

$$+ 468x \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - 612 \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - 21 \left(\frac{d^4}{dx^4} y(x) \right) - 68 \left(\frac{d^3}{dx^3} y(x) \right)$$

$$\left. + 234x \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) - 189 \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) \right), \_C2 =$$

$$-\frac{1}{2} \frac{2 \left(\frac{d^3}{dx^3} y(x) \right) + 18 \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - 9 \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) - \left(\frac{d^4}{dx^4} y(x) \right)}{(-55 + 52x)\, e^{-2x}}, \_C3$$

$$= \frac{1}{117} \left(141 \cos(3x) \left(\frac{d^3}{dx^3} y(x) \right) - 876 \cos(3x) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) \right.$$

$$+108\cos(3x)\left(\frac{d^2}{dx^2}y(x)\right)+12\left(\frac{d^4}{dx^4}y(x)\right)\cos(3x)-156\cos(3x)\,x\left(\frac{d^3}{dx^3}y(x)\right)$$

$$+624\cos(3x)\,x\left(\frac{d}{dx}y(x)\right)+52\sin(3x)\left(\frac{d^4}{dx^4}y(x)\right)x-208\sin(3x)\,x\left(\frac{d^2}{dx^2}y(x)\right)$$

$$-47\left(\frac{d^4}{dx^4}y(x)\right)\sin(3x)-144\sin(3x)\left(\frac{d}{dx}y(x)\right)+292\sin(3x)\left(\frac{d^2}{dx^2}y(x)\right)$$

$$-16\sin(3x)\left(\frac{d^3}{dx^3}y(x)\right)\Bigg)\Bigg/\big(-55\cos(3x)^2-55\sin(3x)^2+52\sin(3x)^2 x$$

$$+52\cos(3x)^2 x\big),\ \_C4=-\frac{1}{117}\Bigg(16\cos(3x)\left(\frac{d^3}{dx^3}y(x)\right)$$

$$+144\cos(3x)\left(\frac{d}{dx}y(x)\right)-292\cos(3x)\left(\frac{d^2}{dx^2}y(x)\right)+141\sin(3x)\left(\frac{d^3}{dx^3}y(x)\right)$$

$$-876\sin(3x)\left(\frac{d}{dx}y(x)\right)+108\sin(3x)\left(\frac{d^2}{dx^2}y(x)\right)+47\left(\frac{d^4}{dx^4}y(x)\right)\cos(3x)$$

$$+12\left(\frac{d^4}{dx^4}y(x)\right)\sin(3x)-156\sin(3x)\,x\left(\frac{d^3}{dx^3}y(x)\right)+624\sin(3x)\,x\left(\frac{d}{dx}y(x)\right)$$

$$+208\cos(3x)\,x\left(\frac{d^2}{dx^2}y(x)\right)-52\left(\frac{d^4}{dx^4}y(x)\right)\cos(3x)\,x\Bigg)\Bigg/\big(-55\cos(3x)^2$$

$$-55\sin(3x)^2+52\sin(3x)^2x+52\cos(3x)^2x\big)\Big\}$$

> $EcuacionIntermedia := simplify\big(subs\big(\_C1=rhs(Parametro_1),\ \_C2=rhs(Parametro_2),\ \_C3=rhs(Parametro_3),\ \_C4=rhs(Parametro_4),\ SolucionGeneral\big)\big)$

$$EcuacionIntermedia := y(x)=-\frac{1}{36}\,\frac{1}{-55+52x}\Bigg(-52\left(\frac{d^4}{dx^4}y(x)\right)x-260\,x\left(\frac{d^2}{dx^2}y(x)\right)+41\left(\frac{d^2}{dx^2}y(x)\right)+29\left(\frac{d^4}{dx^4}y(x)\right)+52\left(\frac{d^3}{dx^3}y(x)\right)+468\left(\frac{d}{dx}y(x)\right)\Bigg) \quad \textbf{(34)}$$

> $EcuacionFinal := simplify(lhs(EcuacionIntermedia)\cdot(-36\cdot(-55+52\cdot x)) - rhs(EcuacionIntermedia)\cdot(-36\cdot(-55+52\cdot x)))=0$

$$EcuacionFinal := 1980\,y(x)-1872\,y(x)\,x+52\left(\frac{d^4}{dx^4}y(x)\right)x+260\,x\left(\frac{d^2}{dx^2}y(x)\right)-41\left(\frac{d^2}{dx^2}y(x)\right)-29\left(\frac{d^4}{dx^4}y(x)\right)-52\left(\frac{d^3}{dx^3}y(x)\right)-468\left(\frac{d}{dx}y(x)\right)=0 \quad \textbf{(35)}$$

RESPUESTA INCISO 2b)

> $EcuacionDiferencial := (52\cdot x - 29)\cdot diff(y(x), x\$4) - 52\cdot diff(y(x), x\$3) + (260\cdot x - 41)\cdot diff(y(x), x\$2) - 468\cdot diff(y(x), x) + (-1872\cdot x + 1980)\cdot y(x) = 0;$

$$EcuacionDiferencial := (52\,x - 29)\left(\frac{d^4}{dx^4}\,y(x)\right) - 52\left(\frac{d^3}{dx^3}\,y(x)\right) + (260\,x - 41)\left(\frac{d^2}{dx^2}\,y(x)\right) - 468\left(\frac{d}{dx}\,y(x)\right) + (-1872\,x + 1980)\,y(x) = 0 \quad (36)$$

> $comprobacion := simplify(lhs(EcuacionDiferencial) - lhs(EcuacionFinal)) = 0$

$$comprobacion := 0 = 0 \quad (37)$$

LA ECUACIÓN DIFERENCIAL ES ORDINARIA DE CUARTO ORDEN LINEAL DE COEFICIENTES VARIABLES HOMOGÉNEA **EDO(4)L.cv.H**

> $comprobacion_{final} := dsolve(EcuacionDiferencial);$

$$comprobacion_{final} := y(x) = \_C1\cos(3\,x) + \_C2\,e^{2\,x} + \_C3\sin(3\,x) + \_C4\,x\,e^{-2\,x} \quad (38)$$

> *restart*

FIN RESPUESTAS 2)

<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<

3) **(total=30 puntos)** OBTENGA LA SOLUCIÓN GENERAL DE LA SIGUIENTE ECUACIÓN DIFERENCIAL - UTILIZANDO EXCLUSIVAMENTE EL MÉTODO DE FACTOR INTEGRANTE - **(<u>no se puede</u> utilizar dsolve pero <u>sí se puede</u> utilizar intfactor)**

$$x^4\ln(x) - 2\,x\,y(x)^3 + 3\,x^2\,y(x)^2\left(\frac{d}{dx}\,y(x)\right) = 0 \quad (39)$$

> *restart*

RESPUESTA 3)

> $Ecuacion := x^4\ln(x) - 2\,x\,y(x)^3 + 3\,x^2\,y(x)^2\left(\frac{d}{dx}\,y(x)\right) = 0$

$$Ecuacion := x^4\ln(x) - 2\,x\,y(x)^3 + 3\,x^2\,y(x)^2\left(\frac{d}{dx}\,y(x)\right) = 0 \quad (40)$$

> $with(DEtools):$

> $FI := intfactor(Ecuacion)$

$$FI := \frac{1}{x^4} \quad (41)$$

> $M(x, y) := x^4\ln(x) - 2\,x\,y^3;$

$$M(x, y) := x^4\ln(x) - 2\,x\,y^3 \quad (42)$$

> $N(x, y) := 3\,x^2\,y^2;$

$$N(x, y) := 3\,x^2\,y^2 \quad (43)$$

> $comprobacion_1 := simplify(diff(M(x, y), y) - diff(N(x, y), x)) = 0;$

$$comprobacion_1 := -12\,x\,y^2 = 0 \quad (44)$$

EN EFECTO NO ES EXACTA

> $MM(x, y) := expand(FI\cdot M(x, y));$

$$MM(x, y) := \ln(x) - \frac{2\,y^3}{x^3} \quad (45)$$

> $NN(x, y) := expand(FI\cdot N(x, y));$

$$NN(x,y) := \frac{3\,y^2}{x^2} \quad \textbf{(46)}$$

> $comprobacion_2 := simplify(diff(MM(x,y),y) - diff(NN(x,y),x)) = 0;$

$$comprobacion_2 := 0 = 0 \quad \textbf{(47)}$$

YA ES EXACTA

> $IntMM_x := int(MM(x,y),x)$

$$IntMM_x := x\ln(x) - x + \frac{y^3}{x^2} \quad \textbf{(48)}$$

> $SolucionGeneral := IntMM_x + int\big((NN(x,y) - diff(IntMM_x, y)), y\big) = \_C1;$

$$SolucionGeneral := x\ln(x) - x + \frac{y^3}{x^2} = \_C1 \quad \textbf{(49)}$$

COMPROBACIÓN

> $SolucionDerivable := x\ln(x) - x + \frac{y(x)^3}{x^2} = \_C1$

$$SolucionDerivable := x\ln(x) - x + \frac{y(x)^3}{x^2} = \_C1 \quad \textbf{(50)}$$

> $Derivada_1 := simplify(isolate(diff(SolucionDerivable, x), diff(y(x),x)))$

$$Derivada_1 := \frac{d}{dx}\,y(x) = -\frac{1}{3}\,\frac{x^3\ln(x) - 2\,y(x)^3}{x\,y(x)^2} \quad \textbf{(51)}$$

> $Derivada_2 := simplify(isolate(Ecuacion, diff(y(x),x)));$

$$Derivada_2 := \frac{d}{dx}\,y(x) = -\frac{1}{3}\,\frac{x^3\ln(x) - 2\,y(x)^3}{x\,y(x)^2} \quad \textbf{(52)}$$

> $comprobacion_0 := rhs\big(Derivada_1\big) - rhs\big(Derivada_2\big) = 0;$

$$comprobacion_0 := 0 = 0 \quad \textbf{(53)}$$

> *restart*

FIN RESPUESTA 3)

<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<

4) **(total=30 puntos)** DADA LA SIGUIENTE ECUACIÓN DIFERENCIAL

$$\sqrt{s(t)^2 - t^2} - t\left(\frac{d}{dt}\,s(t)\right) = 0 \quad \textbf{(54)}$$

>

a) **(15/100 puntos)** OBTENGA LA SOLUCIÓN GENERAL

b) **(15/100 puntos)** GRAFIQUE ((PARA UN INTERVALO DE 0 < t < 2)) LA SOLUCIÓN PARTICULAR QUE SATISFACE LA CONDICIÓN INICIAL

$$s(1) = 3 \quad \textbf{(55)}$$

> *restart*

RESOLUCIÓN UTILIZANDO LA FUNCIÓN dsolve

RESPUESTA 4)

> $Ecuacion := \sqrt{s(t)^2 - t^2} - t\left(\frac{d}{dt}\,s(t)\right) = 0$

$$Ecuacion := \sqrt{s(t)^2 - t^2} - t\left(\frac{d}{dt}\, s(t)\right) = 0 \tag{56}$$

RESPUESTA INCISO 4a)

> *SolucionGeneral* := *dsolve*(*Ecuacion*)

$$SolucionGeneral := -\frac{s(t)^2}{t^2} - \frac{s(t)\sqrt{s(t)^2 - t^2}}{t^2} + \ln\left(s(t) + \sqrt{s(t)^2 - t^2}\right) - 3\ln(t) - \_C1 = 0 \tag{57}$$

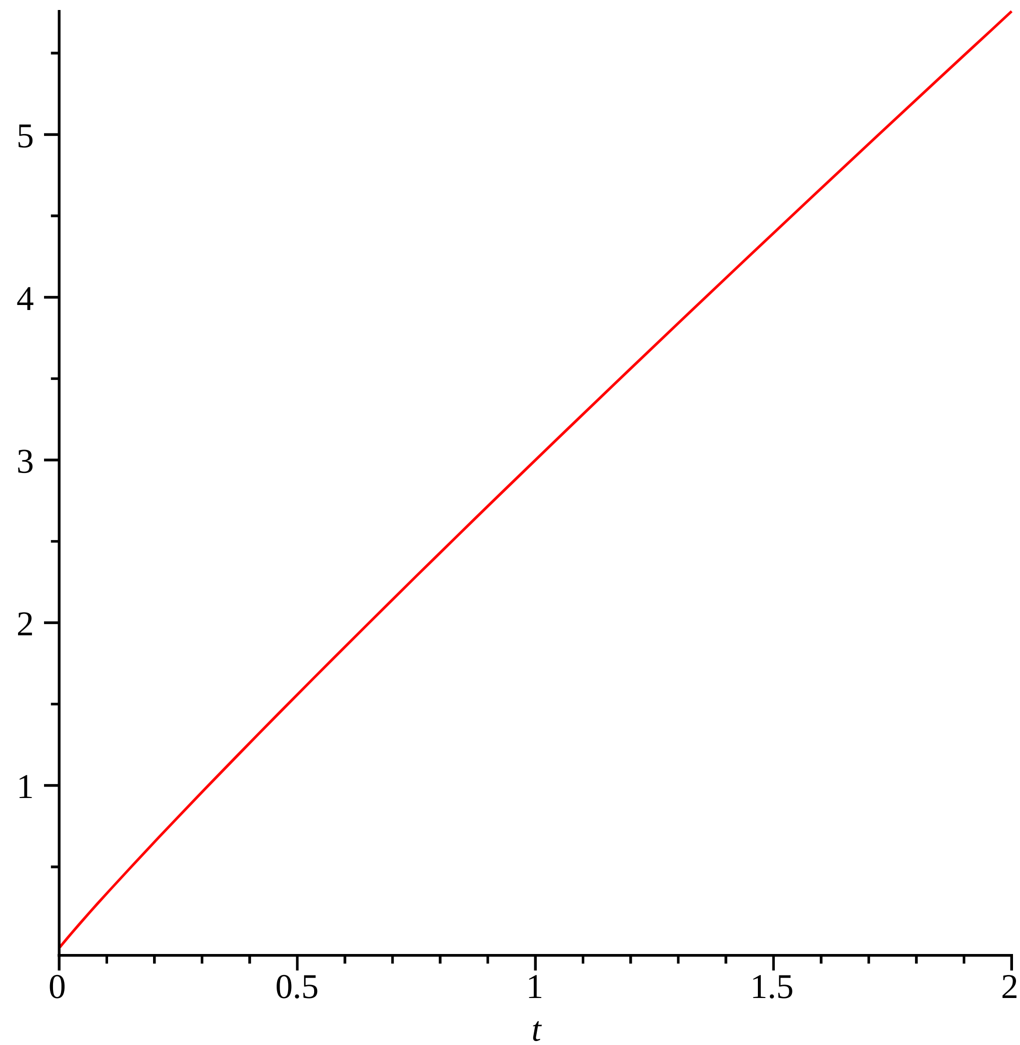
RESPUESTA INCISO 4b)

> *CondicionInicial* := $s(1) = 3$;

$$CondicionInicial := s(1) = 3 \tag{58}$$

> *SolucionParticular* := *dsolve*({*Ecuacion*, *CondicionInicial*}) :

> *plot*(*rhs*(*SolucionParticular*), $t = 0..2$);



> *restart*

RESOLUCIÓN POR EL MÉTODO DE COEFICIENTES HOMOGÉNEOS DE LA PREGUNTA 4 DEL EXAMEN PARCIAL 2011-2-1

> *Ecuacion* := sqrt($s(t)$··2 − t··2) − t·*diff*($s(t)$, t) = 0

$$Ecuacion := \sqrt{s(t)^2 - t^2} - t\left(\frac{d}{dt}\, s(t)\right) = 0 \tag{59}$$

> $with(DEtools):$

> $odeadvisor(Ecuacion)$

$$[[\_homogeneous, class\ A], \_rational, \_dAlembert] \tag{60}$$

> $EcuacionSeparable := simplify(isolate(eval(subs(s(t) = u(t) \cdot t, Ecuacion)), diff(u(t), t)))$

$$EcuacionSeparable := \frac{d}{dt} u(t) = -\frac{-\sqrt{t^2 (u(t)^2 - 1)} + u(t)\, t}{t^2} \tag{61}$$

> $EcuacionSeprada := lhs(EcuacionSeparable) \cdot t \cdot \cdot 2 - rhs(EcuacionSeparable) \cdot t \cdot \cdot 2 = 0$

$$EcuacionSeprada := \left(\frac{d}{dt} u(t)\right) t^2 - \sqrt{t^2 (u(t)^2 - 1)} + u(t)\, t = 0 \tag{62}$$

> $M(t, u) := \left(-t \cdot \sqrt{(u^2 - 1)} + t \cdot u\right); N(t, u) := t \cdot \cdot 2;$

$$M(t, u) := -t \sqrt{u^2 - 1} + u\, t$$

$$N(t, u) := t^2 \tag{63}$$

> $P(t) := t; Q(u) := -\mathrm{sqrt}(u \cdot \cdot 2 - 1) + u; R(t) := t \cdot \cdot 2; S(u) := 1;$

$$P(t) := t$$

$$Q(u) := -\sqrt{u^2 - 1} + u$$

$$R(t) := t^2$$

$$S(u) := 1 \tag{64}$$

> $MM(t) := simplify\left(\frac{M(t, u)}{(Q(u) \cdot R(t))}\right); NN(u) := \frac{N(t, u)}{(Q(u) \cdot R(t))};$

$$MM(t) := \frac{1}{t}$$

$$NN(u) := \frac{1}{-\sqrt{u^2 - 1} + u} \tag{65}$$

> **_C:**

> $SolucionInicial := int(MM(t), t) + int(NN(u), u) = \_C1;$

$$SolucionInicial := \ln(t) + \frac{1}{2} u^2 + \frac{1}{2} u \sqrt{u^2 - 1} - \frac{1}{2} \ln\left(u + \sqrt{u^2 - 1}\right) = \_C1 \tag{66}$$

> $SolucionGeneral := expand\left(subs\left(u = \frac{s}{t}, SolucionInicial\right)\right);$

$$SolucionGeneral := \ln(t) + \frac{1}{2} \frac{s^2}{t^2} + \frac{1}{2} \frac{s \sqrt{\frac{s^2}{t^2} - 1}}{t} - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{s}{t} + \sqrt{\frac{s^2}{t^2} - 1}\right) = \_C1 \tag{67}$$

> $Parametro := isolate(subs(t = 1, s = 3, SolucionGeneral), \_C1)$

$$Parametro := \_C1 = \ln(1) + \frac{9}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{8} - \frac{1}{2} \ln\left(3 + \sqrt{8}\right) \tag{68}$$

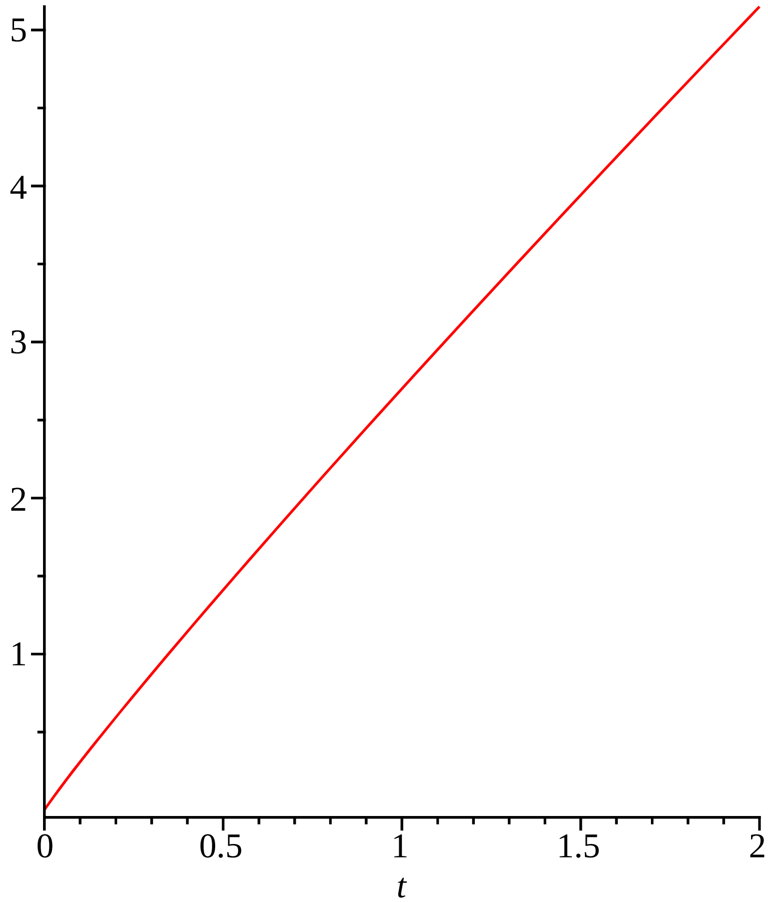
> $SolucionParticular := subs(\_C1 = rhs(Parametro), SolucionGeneral);$

$$SolucionParticular := \ln(t) + \frac{1}{2} \frac{s^2}{t^2} + \frac{1}{2} \frac{s \sqrt{\frac{s^2}{t^2} - 1}}{t} - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{s}{t} + \sqrt{\frac{s^2}{t^2} - 1}\right) = \frac{9}{2} \tag{69}$$

$$+\frac{3}{2}\sqrt{8}-\frac{1}{2}\ln\left(3+\sqrt{8}\right)$$

> $SolucionGraficable := isolate(SolucionParticular, s):$

> $plot(rhs(SolucionGraficable), t = 0..2)$



> $isolate(subs(t = 1, SolucionParticular), s) : evalf(\%, 2)$

$$s = 3. \tag{70}$$

>

> $restart$

FIN RESPUESTAS 4)

<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<

FIN EXAMEN

>