>

SOLUCIÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
ECUACIONES DIFERENCIALES
PRIMER EXAMEN FINAL

SEMESTRE 2014-2
TIPO "A"
28 MAYO 2014

> *restart*

1) Resolver el problema del valor inicial

> $Ecuacion := (x\cdot\cdot 3\cdot y(x) + y(x)) - (x\cdot\cdot 2\cdot \log(y(x))\cdot\cdot 2 + 4\cdot x\cdot\cdot 2)\cdot diff(y(x), x) = 0$

$$Ecuacion := x^3\, y(x) + y(x) - \left(x^2 \ln(y(x))^2 + 4\, x^2\right) \left(\frac{d}{dx}\, y(x)\right) = 0 \quad \textbf{(1)}$$

> $Condiciones := y(1) = 1$

$$Condiciones := y(1) = 1 \quad \textbf{(2)}$$

RESPUESTA 1)

> $with(DEtools):$

> $odeadvisor(Ecuacion)$

$$[\_separable] \quad \textbf{(3)}$$

> $M := factor(x^3\, y + y)$

$$M := y\,(x+1)\,(x^2 - x + 1) \quad \textbf{(4)}$$

> $N := factor(-(x^2 \ln(y)^2 + 4\, x^2))$

$$N := -x^2\,(\ln(y)^2 + 4) \quad \textbf{(5)}$$

> $P := (x+1)\,(x^2 - x + 1)$

$$P := (x+1)\,(x^2 - x + 1) \quad \textbf{(6)}$$

> $Q := y$

$$Q := y \quad \textbf{(7)}$$

> $R := -x\cdot\cdot 2$

$$R := -x^2 \quad \textbf{(8)}$$

> $S := (\ln(y)^2 + 4)$

$$S := \ln(y)^2 + 4 \quad \textbf{(9)}$$

> $SolucionGeneral := int\left(\frac{P}{R}, x\right) + int\left(\frac{S}{Q}, y\right) = C_1$

$$SolucionGeneral := -\frac{1}{2}\, x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \ln(y)^3 + 4 \ln(y) = C_1 \quad \textbf{(10)}$$

> $Parametro := simplify(subs(x = 1, y = 1, lhs(SolucionGeneral)))$

$$Parametro := \frac{1}{2} \quad \textbf{(11)}$$

> $SolucionParticular := subs(C_1 = Parametro, SolucionGeneral)$

$$SolucionParticular := -\frac{1}{2}\, x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \ln(y)^3 + 4 \ln(y) = \frac{1}{2} \quad \textbf{(12)}$$

>

FIN RESPUESTA 1)

> *restart*

2) Resolver la siguiente ecuación diferencial

> $Ecuacion := y''-6\,y'+9\,y=\exp(3\,x)$

$$Ecuacion := \frac{d^2}{dx^2}\,y(x) - 6\left(\frac{d}{dx}\,y(x)\right) + 9\,y(x) = e^{3\,x} \tag{13}$$

>

RESPUESTA 2)

> $EcuacionHomogenea := lhs(Ecuacion) = 0$

$$EcuacionHomogenea := \frac{d^2}{dx^2}\,y(x) - 6\left(\frac{d}{dx}\,y(x)\right) + 9\,y(x) = 0 \tag{14}$$

> $Q := rhs(Ecuacion)$

$$Q := e^{3\,x} \tag{15}$$

> $EcuacionCaracteristica := m\cdot\cdot 2-6\cdot m+9=0$

$$EcuacionCaracteristica := m^2 - 6\,m + 9 = 0 \tag{16}$$

> $Raiz := solve(EcuacionCaracteristica)$

$$Raiz := 3,\,3 \tag{17}$$

> $SolUno := y(x) = \exp(Raiz_1\cdot x);\ SolDos := y(x) = x\cdot\exp(Raiz_1\cdot\,x)$

$$SolUno := y(x) = e^{3\,x}$$
$$SolDos := y(x) = x\,e^{3\,x} \tag{18}$$

> $SolucionHomogenea := y(x) = C_1\cdot rhs(SolUno) + C_2\cdot rhs(SolDos)$

$$SolucionHomogenea := y(x) = C_1\,e^{3\,x} + C_2\,x\,e^{3\,x} \tag{19}$$

> $SolucionNoHomogenea := y(x) = A\cdot rhs(SolUno) + B\cdot rhs(SolDos)$

$$SolucionNoHomogenea := y(x) = A\,e^{3\,x} + B\,x\,e^{3\,x} \tag{20}$$

> $with(linalg):$

> $WW := wronskian([rhs(SolUno), rhs(SolDos)], x)$

$$WW := \begin{bmatrix} e^{3\,x} & x\,e^{3\,x} \\ 3\,e^{3\,x} & e^{3\,x}+3\,x\,e^{3\,x} \end{bmatrix} \tag{21}$$

> $BB := array([0, Q])$

$$BB := \begin{bmatrix} 0 & e^{3\,x} \end{bmatrix} \tag{22}$$

> $SOL := linsolve(WW, BB)$

$$SOL := \begin{bmatrix} -x & 1 \end{bmatrix} \tag{23}$$

> $Aprima := SOL_1;\ Bprima := SOL_2$

$$Aprima := -x$$
$$Bprima := 1 \tag{24}$$

> $A := int(Aprima, x) + C_1;\ B := int(Bprima, x) + C_2$

$$A := -\frac{1}{2}\,x^2 + C_1$$

(25)

$$B := x + C_2 \tag{25}$$

> $SoluciuonFinal := simplify(SolucionNoHomogenea)$

$$SoluciuonFinal := y(x) = \frac{1}{2}\, e^{3x}\left(x^2 + 2\,C_1 + 2\,x\,C_2\right) \tag{26}$$

FIN RESPUESTA 2)

> $restart$

3) Resolver la ecuacion diferencial

> $Ecuacion := y'' + 4\,y' + 4\,y = \frac{\exp(-2\,x)}{x}$

$$Ecuacion := \frac{d^2}{dx^2}\, y(x) + 4\left(\frac{d}{dx}\, y(x)\right) + 4\,y(x) = \frac{e^{-2x}}{x} \tag{27}$$

>

RESPUESTA 3)

> $EcuacionHomogenea := lhs(Ecuacion) = 0$

$$EcuacionHomogenea := \frac{d^2}{dx^2}\, y(x) + 4\left(\frac{d}{dx}\, y(x)\right) + 4\,y(x) = 0 \tag{28}$$

> $Q := rhs(Ecuacion)$

$$Q := \frac{e^{-2x}}{x} \tag{29}$$

> $EcuacionCaracteristica := m \cdot \cdot 2 + 4 \cdot m + 4 = 0$

$$EcuacionCaracteristica := m^2 + 4\,m + 4 = 0 \tag{30}$$

> $Raiz := solve(EcuacionCaracteristica)$

$$Raiz := -2,\ -2 \tag{31}$$

> $SolUno := y(x) = \exp\left(Raiz_1 \cdot x\right);\ SolDos := y(x) = x \cdot \exp\left(Raiz_1 \cdot x\right)$

$$SolUno := y(x) = e^{-2x}$$
$$SolDos := y(x) = x\, e^{-2x} \tag{32}$$

> $SolucionHomogenea := y(x) = C_1 \cdot rhs(SolUno) + C_2 \cdot rhs(SolDos)$

$$SolucionHomogenea := y(x) = C_1\, e^{-2x} + C_2\, x\, e^{-2x} \tag{33}$$

> $SolucionNoHomogenea := y(x) = A \cdot rhs(SolUno) + B \cdot rhs(SolDos)$

$$SolucionNoHomogenea := y(x) = A\, e^{-2x} + B\, x\, e^{-2x} \tag{34}$$

> $with(linalg):$

> $WW := wronskian([rhs(SolUno), rhs(SolDos)], x)$

$$WW := \begin{bmatrix} e^{-2x} & x\, e^{-2x} \\ -2\, e^{-2x} & e^{-2x} - 2\, x\, e^{-2x} \end{bmatrix} \tag{35}$$

> $BB := array([0, Q])$

$$BB := \begin{bmatrix} 0 & \frac{e^{-2x}}{x} \end{bmatrix} \tag{36}$$

> $SOL := linsolve(WW, BB)$

(37)

$$SOL := \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{x} \end{bmatrix} \tag{37}$$

> $Aprima := SOL_1; Bprima := SOL_2$

$$Aprima := -1$$
$$Bprima := \frac{1}{x} \tag{38}$$

> $A := int(Aprima, x) + C_1; B := int(Bprima, x) + C_2$

$$A := -x + C_1$$
$$B := \ln(x) + C_2 \tag{39}$$

> $SolucionFinal := simplify(SolucionNoHomogenea)$

$$SolucionFinal := y(x) = e^{-2x}\left(-x + C_1 + x\ln(x) + x\,C_2\right) \tag{40}$$

FIN RESPUESTA 3)

> $restart$

4) Resuelva el sistema de ecuaciones diferenciales con condiciones iniciales y graficar juntas para un intervalo de

> $0 \le t \le \frac{1}{2}$

$$0 \le t \textbf{ and } t \le \frac{1}{2} \tag{41}$$

> $Sistema := diff(x(t), t) = x(t) + 2\cdot y(t), diff(y(t), t) = y(t) + 2\cdot x(t) : Sistema_1; Sistema_2$

$$\frac{d}{dt}\,x(t) = x(t) + 2\,y(t)$$
$$\frac{d}{dt}\,y(t) = y(t) + 2\,x(t) \tag{42}$$

> $Condiciones := x(0) = 2, y(0) = 1$

$$Condiciones := x(0) = 2, y(0) = 1 \tag{43}$$

>

RESPUESTA 4)

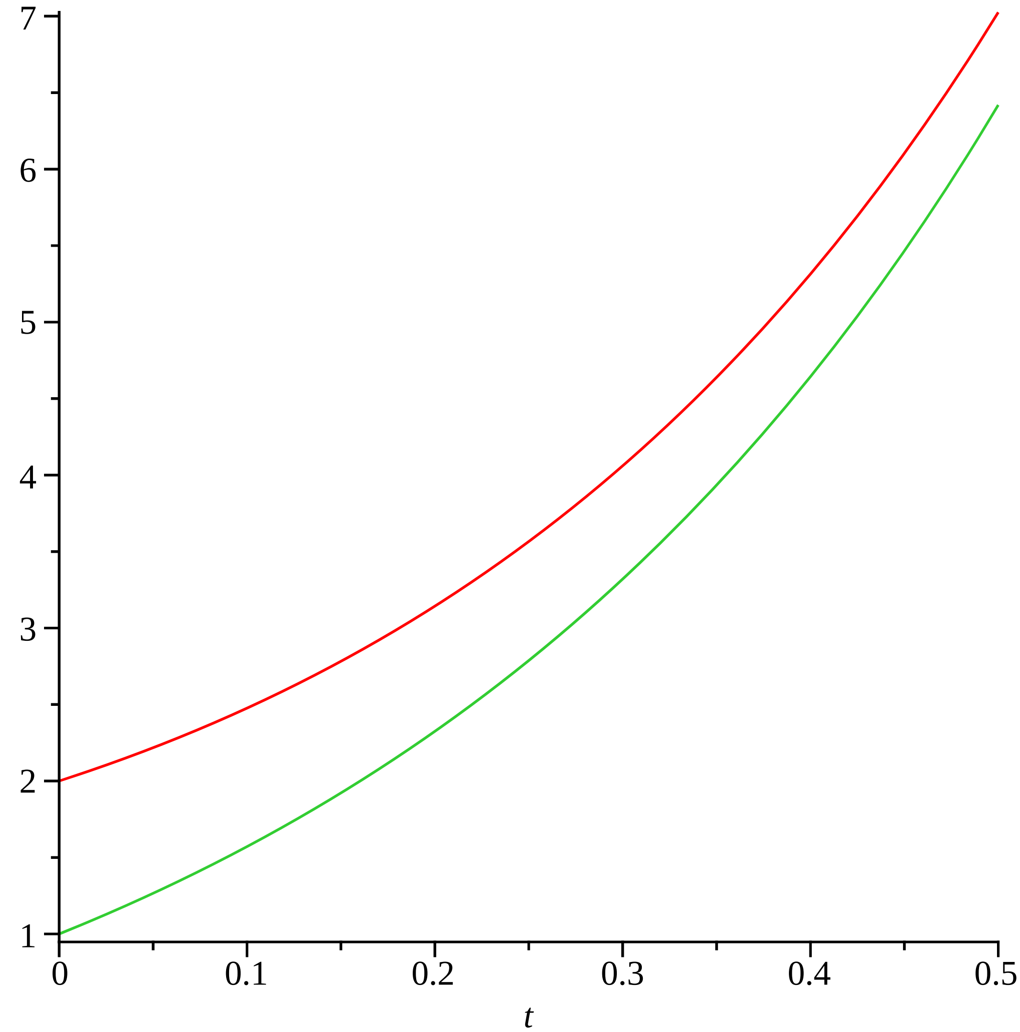
> $SolucionGeneral := dsolve(\{Sistema\}) : SolucionGeneral_1; SolucionGeneral_2$

$$x(t) = \_C1\,e^{3t} + \_C2\,e^{-t}$$
$$y(t) = \_C1\,e^{3t} - \_C2\,e^{-t} \tag{44}$$

> $Solucion := dsolve(\{Sistema, Condiciones\}) : Solucion_1; Solucion_2$

$$x(t) = \frac{1}{2}\,e^{-t} + \frac{3}{2}\,e^{3t}$$
$$y(t) = -\frac{1}{2}\,e^{-t} + \frac{3}{2}\,e^{3t} \tag{45}$$

> $plot\left(\left[rhs\left(Solucion_1\right), rhs\left(Solucion_2\right)\right], t = 0..\frac{1}{2}\right)$



>

FIN RESPUESTA 4)

> *restart*

5) Resuelva la ecuacion integrodiferencial y graficar para un intervalo de

> $0 \le t \le \frac{3}{2}$

$$0 \le t \textbf{ and } t \le \frac{3}{2} \tag{46}$$

> $Ecuacion := diff(i(t), t) + 110 \cdot i(t) + 1000 \cdot int(i(\mathrm{tau}), \mathrm{tau} = 0..t) = 90 \cdot \mathrm{Heaviside}(t-1)$

$$Ecuacion := \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\, i(t) + 110\, i(t) + 1000 \left(\int_0^t i(\tau)\, \mathrm{d}\tau\right) = 90\, \mathrm{Heaviside}(t-1) \tag{47}$$

> $Condiciones := i(0) = 0$

$$Condiciones := i(0) = 0 \tag{48}$$

>

RESPUESTA 5)

> $with(inttrans):$

> $TransLapEcuacion := subs(Condiciones, laplace(Ecuacion, t, s))$

(49)

$$TransLapEcuacion := s\, laplace(i(t), t, s) + 110\, laplace(i(t), t, s) + \frac{1000\, laplace(i(t), t, s)}{s} = \frac{90\, e^{-s}}{s} \quad \textbf{(49)}$$

> TransLapSolucion := isolate(TransLapEcuacion, laplace(i(t), t, s))

$$TransLapSolucion := laplace(i(t), t, s) = \frac{90\, e^{-s}}{s\left(s + 110 + \frac{1000}{s}\right)} \quad \textbf{(50)}$$

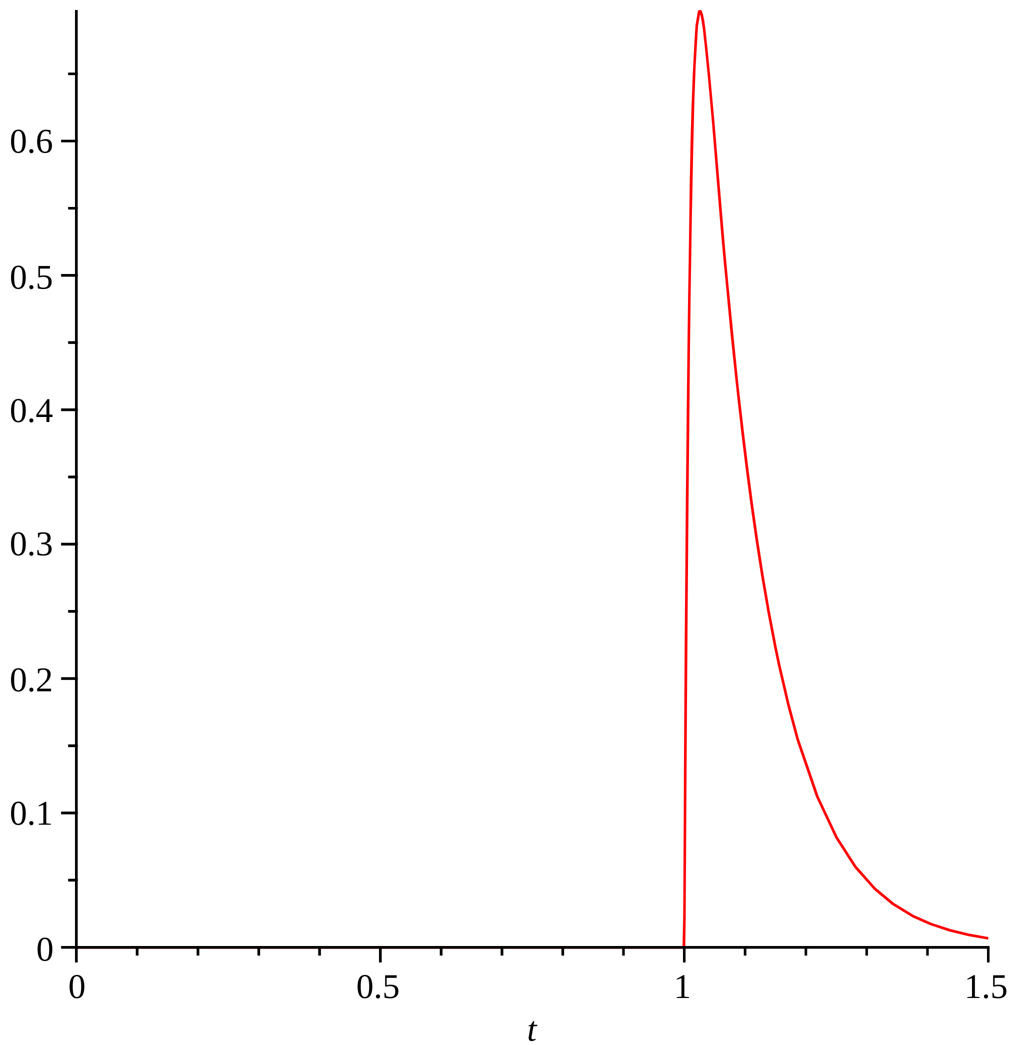
> Solucion := invlaplace(TransLapSolucion, s, t)

$$Solucion := i(t) = 2\, \mathrm{Heaviside}(t-1)\, e^{-55t+55} \sinh(45t - 45) \quad \textbf{(51)}$$

> SolucionParticular := simplify(expand(convert(Solucion, exp)))

$$SolucionParticular := i(t) = \mathrm{Heaviside}(t-1)\left(e^{-10t+10} - e^{100-100t}\right) \quad \textbf{(52)}$$

> plot(rhs(Solucion), t = 0 ..1.5)



>

FIN RESPUESTA 5)

> restart

6) Resuelva la ecuacion en derivadas parciales para una constante de separación positiva

> $Ecuacion := y\cdot diff(u(x,y),x) + x\cdot diff(u(x,y),y) = 0$

$$Ecuacion := y\left(\frac{\partial}{\partial x}\,u(x,y)\right) + x\left(\frac{\partial}{\partial y}\,u(x,y)\right) = 0 \quad \textbf{(53)}$$

>

RESPUESTA 6)

> $EcuacionSeparable := eval(subs(u(x,y) = F(x)\cdot G(y), Ecuacion))$

$$EcuacionSeparable := y\left(\frac{d}{dx}\,F(x)\right)G(y) + x\,F(x)\left(\frac{d}{dy}\,G(y)\right) = 0 \quad \textbf{(54)}$$

> $EcuacionSeparada := \dfrac{\left(lhs(EcuacionSeparable) - x\,F(x)\left(\frac{d}{dy}\,G(y)\right)\right)}{x\cdot y\cdot F(x)\cdot G(y)} = \dfrac{\left(rhs(EcuacionSeparable) - x\,F(x)\left(\frac{d}{dy}\,G(y)\right)\right)}{x\cdot y\cdot F(x)\cdot G(y)}$

$$EcuacionSeparada := \frac{\frac{d}{dx}\,F(x)}{x\,F(x)} = -\frac{\frac{d}{dy}\,G(y)}{y\,G(y)} \quad \textbf{(55)}$$

> $EcuacionX := lhs(EcuacionSeparada) = \mathrm{alpha};\ EcuacionY := rhs(EcuacionSeparada) = \mathrm{alpha}$

$$EcuacionX := \frac{\frac{d}{dx}\,F(x)}{x\,F(x)} = \alpha$$

$$EcuacionY := -\frac{\frac{d}{dy}\,G(y)}{y\,G(y)} = \alpha \quad \textbf{(56)}$$

> $SolucionXpos := dsolve(subs(\mathrm{alpha} = \mathrm{beta}\cdot\cdot 2, EcuacionX))$

$$SolucionXpos := F(x) = \_C1\,\mathrm{e}^{\frac{1}{2}\beta^2 x^2} \quad \textbf{(57)}$$

> $SolucionYpos := dsolve(subs(\mathrm{alpha} = \mathrm{beta}\cdot\cdot 2, EcuacionY))$

$$SolucionYpos := G(y) = \_C1\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\beta^2 y^2} \quad \textbf{(58)}$$

> $SolucionPositiva := u(x,t) = (rhs(SolucionXpos))\cdot subs(\_C1 = 1, rhs(SolucionYpos))$

$$SolucionPositiva := u(x,t) = \mathrm{e}^{\frac{1}{2}\beta^2 x^2}\,\_C1\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\beta^2 y^2} \quad \textbf{(59)}$$

>

FIN RESPUESTA 6)

> *restart*

>

FIN EXAMEN TIPO "A"

> *restart*

>

>

SOLUCIÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
ECUACIONES DIFERENCIALES
PRIMER EXAMEN FINAL

SEMESTRE 2014-2
TIPO "B"
28 MAYO 2014

> *restart*

1) Resolver el problema del valor inicial

> $Ecuacion := (y(x)^3 \cdot x + x)\cdot diff(y(x), x) - (y(x)^2 \cdot \log(x)^2 + 4 \cdot y(x)^2) = 0$

$$Ecuacion := \left(y(x)^3 x + x\right)\left(\frac{d}{dx} y(x)\right) - y(x)^2 \ln(x)^2 - 4\, y(x)^2 = 0 \quad (1)$$

> $Condiciones := y(1) = 1$

$$Condiciones := y(1) = 1 \quad (2)$$

RESPUESTA 1)

> *with*(*DEtools*) :

> *odeadvisor*(*Ecuacion*)

$$[\_separable] \quad (3)$$

> $M := factor(-(y^2 \cdot \log(x)^2 + 4 \cdot y^2))$

$$M := -y^2 \left(\ln(x)^2 + 4\right) \quad (4)$$

> $N := factor(y^3 \cdot x + x)$

$$N := x\,(y+1)\left(y^2 - y + 1\right) \quad (5)$$

> $P := \ln(x)^2 + 4$

$$P := \ln(x)^2 + 4 \quad (6)$$

> $Q := -y^2$

$$Q := -y^2 \quad (7)$$

> $R := x$

$$R := x \quad (8)$$

> $S := (y+1)\left(y^2 - y + 1\right)$

$$S := (y+1)\left(y^2 - y + 1\right) \quad (9)$$

> $SolucionGeneral := int\left(\frac{P}{R}, x\right) + int\left(\frac{S}{Q}, y\right) = C_1$

$$SolucionGeneral := \frac{1}{3}\ln(x)^3 + 4\ln(x) - \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{y} = C_1 \quad (10)$$

> $Parametro := simplify(subs(x = 1, y = 1, lhs(SolucionGeneral)))$

$$Parametro := \frac{1}{2} \quad (11)$$

> $SolucionParticular := subs\left(C_1 = Parametro, SolucionGeneral\right)$

$$SolucionParticular := \frac{1}{3}\ln(x)^3 + 4\ln(x) - \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \quad (12)$$

>

FIN RESPUESTA 1)

> $restart$

2) Resolver la siguiente ecuación diferencial

> $Ecuacion := y''+6\,y'+9\,y=\exp(-3\,x)$

$$Ecuacion := \frac{d^2}{dx^2}\,y(x)+6\left(\frac{d}{dx}\,y(x)\right)+9\,y(x)=e^{-3\,x} \tag{13}$$

>

RESPUESTA 2)

> $EcuacionHomogenea := lhs(Ecuacion)=0$

$$EcuacionHomogenea := \frac{d^2}{dx^2}\,y(x)+6\left(\frac{d}{dx}\,y(x)\right)+9\,y(x)=0 \tag{14}$$

> $Q := rhs(Ecuacion)$

$$Q := e^{-3\,x} \tag{15}$$

> $EcuacionCaracteristica := m\cdot\cdot2+6\cdot m+9=0$

$$EcuacionCaracteristica := m^2+6\,m+9=0 \tag{16}$$

> $Raiz := solve(EcuacionCaracteristica)$

$$Raiz := -3,\ -3 \tag{17}$$

> $SolUno := y(x)=\exp\left(Raiz_1\cdot x\right);\ SolDos := y(x)=x\cdot\exp\left(Raiz_1\cdot x\right)$

$$SolUno := y(x)=e^{-3\,x}$$
$$SolDos := y(x)=x\,e^{-3\,x} \tag{18}$$

> $SolucionHomogenea := y(x)=C_1\cdot rhs(SolUno)+C_2\cdot rhs(SolDos)$

$$SolucionHomogenea := y(x)=C_1\,e^{-3\,x}+C_2\,x\,e^{-3\,x} \tag{19}$$

> $SolucionNoHomogenea := y(x)=A\cdot rhs(SolUno)+B\cdot rhs(SolDos)$

$$SolucionNoHomogenea := y(x)=A\,e^{-3\,x}+B\,x\,e^{-3\,x} \tag{20}$$

> $with(linalg):$

> $WW := wronskian([rhs(SolUno), rhs(SolDos)], x)$

$$WW := \begin{bmatrix} e^{-3\,x} & x\,e^{-3\,x} \\ -3\,e^{-3\,x} & e^{-3\,x}-3\,x\,e^{-3\,x} \end{bmatrix} \tag{21}$$

> $BB := array([0, Q])$

$$BB := \begin{bmatrix} 0 & e^{-3\,x} \end{bmatrix} \tag{22}$$

> $SOL := linsolve(WW, BB)$

$$SOL := \begin{bmatrix} -x & 1 \end{bmatrix} \tag{23}$$

> $Aprima := SOL_1;\ Bprima := SOL_2$

$$Aprima := -x$$
$$Bprima := 1 \tag{24}$$

> $A := int(Aprima, x)+C_1;\ B := int(Bprima, x)+C_2$

$$A := -\frac{1}{2}\,x^2+C_1$$
$$B := x+C_2 \tag{25}$$

> $SoluciuonFinal := simplify(SolucionNoHomogenea)$

$$SoluciuonFinal := y(x) = \frac{1}{2}\,e^{-3x}\left(x^2 + 2\,C_1 + 2\,x\,C_2\right) \tag{26}$$

FIN RESPUESTA 2)

> $restart$

3) Resolver la ecuacion diferencial

> $Ecuacion := y'' - 4\,y' + 4\,y = \frac{\exp(2\,x)}{x}$

$$Ecuacion := \frac{d^2}{dx^2}\,y(x) - 4\left(\frac{d}{dx}\,y(x)\right) + 4\,y(x) = \frac{e^{2x}}{x} \tag{27}$$

>

RESPUESTA 3)

> $EcuacionHomogenea := lhs(Ecuacion) = 0$

$$EcuacionHomogenea := \frac{d^2}{dx^2}\,y(x) - 4\left(\frac{d}{dx}\,y(x)\right) + 4\,y(x) = 0 \tag{28}$$

> $Q := rhs(Ecuacion)$

$$Q := \frac{e^{2x}}{x} \tag{29}$$

> $EcuacionCaracteristica := m \cdot \cdot 2 - 4 \cdot m + 4 = 0$

$$EcuacionCaracteristica := m^2 - 4\,m + 4 = 0 \tag{30}$$

> $Raiz := solve(EcuacionCaracteristica)$

$$Raiz := 2, 2 \tag{31}$$

> $SolUno := y(x) = \exp(Raiz_1 \cdot x);\ SolDos := y(x) = x \cdot \exp(Raiz_1 \cdot x)$

$$SolUno := y(x) = e^{2x}$$

$$SolDos := y(x) = x\,e^{2x} \tag{32}$$

> $SolucionHomogenea := y(x) = C_1 \cdot rhs(SolUno) + C_2 \cdot rhs(SolDos)$

$$SolucionHomogenea := y(x) = C_1\,e^{2x} + C_2\,x\,e^{2x} \tag{33}$$

> $SolucionNoHomogenea := y(x) = A \cdot rhs(SolUno) + B \cdot rhs(SolDos)$

$$SolucionNoHomogenea := y(x) = A\,e^{2x} + B\,x\,e^{2x} \tag{34}$$

> $with(linalg):$

> $WW := wronskian([rhs(SolUno), rhs(SolDos)], x)$

$$WW := \begin{bmatrix} e^{2x} & x\,e^{2x} \\ 2\,e^{2x} & e^{2x} + 2\,x\,e^{2x} \end{bmatrix} \tag{35}$$

> $BB := array([0, Q])$

$$BB := \begin{bmatrix} 0 & \frac{e^{2x}}{x} \end{bmatrix} \tag{36}$$

> $SOL := linsolve(WW, BB)$

$$SOL := \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{x} \end{bmatrix} \tag{37}$$

> $Aprima := SOL_1; Bprima := SOL_2$

$$Aprima := -1$$

$$Bprima := \frac{1}{x} \quad (38)$$

> $A := int(Aprima, x) + C_1; B := int(Bprima, x) + C_2$

$$A := -x + C_1$$

$$B := \ln(x) + C_2 \quad (39)$$

> $SolucionFinal := simplify(SolucionNoHomogenea)$

$$SolucionFinal := y(x) = e^{2x}\left(-x + C_1 + x\ln(x) + x\,C_2\right) \quad (40)$$

FIN RESPUESTA 3)

> $restart$

4) Resuelva el sistema de ecuaciones diferenciales con condiciones iniciales y graficar juntas para un intervalo de

> $0 \le t \le \frac{1}{2}$

$$0 \le t \textbf{ and } t \le \frac{1}{2} \quad (41)$$

> $Sistema := diff(x(t), t) = x(t) + 2\cdot y(t), diff(y(t), t) = y(t) + 2\cdot x(t) : Sistema_1; Sistema_2$

$$\frac{d}{dt}\,x(t) = x(t) + 2\,y(t)$$

$$\frac{d}{dt}\,y(t) = y(t) + 2\,x(t) \quad (42)$$

> $Condiciones := x(0) = 2, y(0) = 1$

$$Condiciones := x(0) = 2, y(0) = 1 \quad (43)$$

>

RESPUESTA 4)

> $SolucionGeneral := dsolve(\{Sistema\}) : SolucionGeneral_1; SolucionGeneral_2$

$$x(t) = \_C1\, e^{-t} + \_C2\, e^{3t}$$

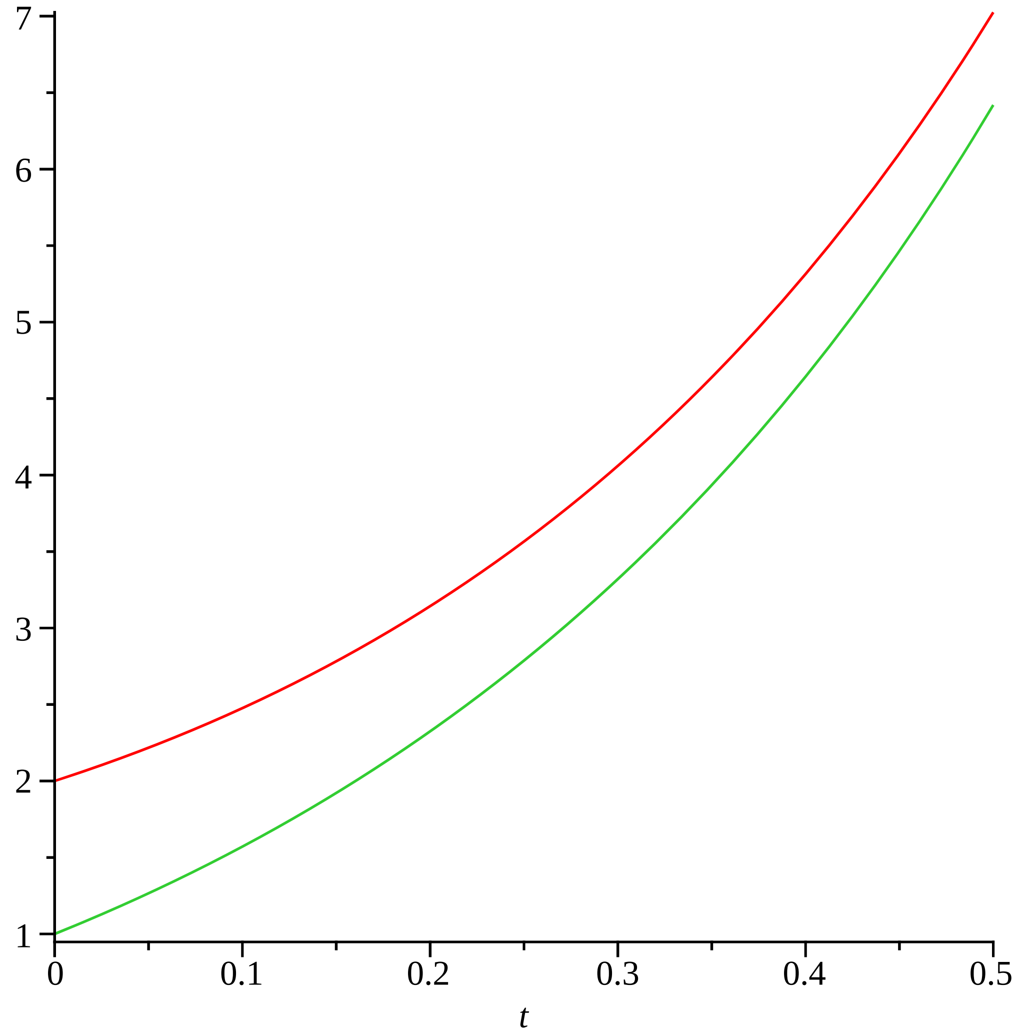
$$y(t) = -\_C1\, e^{-t} + \_C2\, e^{3t} \quad (44)$$

> $Solucion := dsolve(\{Sistema, Condiciones\}) : Solucion_1; Solucion_2$

$$x(t) = \frac{1}{2}\,e^{-t} + \frac{3}{2}\,e^{3t}$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}\,e^{-t} + \frac{3}{2}\,e^{3t} \quad (45)$$

> $plot\left(\left[rhs(Solucion_1), rhs(Solucion_2)\right], t = 0 .. \frac{1}{2}\right)$



>

FIN RESPUESTA 4)

> *restart*

5) Resuelva la ecuacion integrodiferencial y graficar para un intervalo de

> $0 \leq t \leq \frac{3}{2}$

$$0 \leq t \textbf{ and } t \leq \frac{3}{2} \quad \textbf{(46)}$$

> $Ecuacion := diff(i(t), t) + 70 \cdot i(t) + 1000 \cdot int(i(\mathrm{tau}), \mathrm{tau} = 0 .. t) = 30 \cdot \mathrm{Heaviside}(t-1)$

$$Ecuacion := \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\, i(t) + 70\, i(t) + 1000 \left(\int_0^t i(\tau)\, \mathrm{d}\tau \right) = 30\, \mathrm{Heaviside}(t-1) \quad \textbf{(47)}$$

> $Condiciones := i(0) = 0$

$$Condiciones := i(0) = 0 \quad \textbf{(48)}$$

>

RESPUESTA 5)

> $with(inttrans)$:

> $TransLapEcuacion := subs(Condiciones, laplace(Ecuacion, t, s))$

(49)

$$TransLapEcuacion := s\, laplace(i(t), t, s) + 70\, laplace(i(t), t, s) + \frac{1000\, laplace(i(t), t, s)}{s} = \frac{30\, e^{-s}}{s} \quad \textbf{(49)}$$

> $TransLapSolucion := isolate(TransLapEcuacion, laplace(i(t), t, s))$

$$TransLapSolucion := laplace(i(t), t, s) = \frac{30\, e^{-s}}{s\left(s + 70 + \frac{1000}{s}\right)} \quad \textbf{(50)}$$

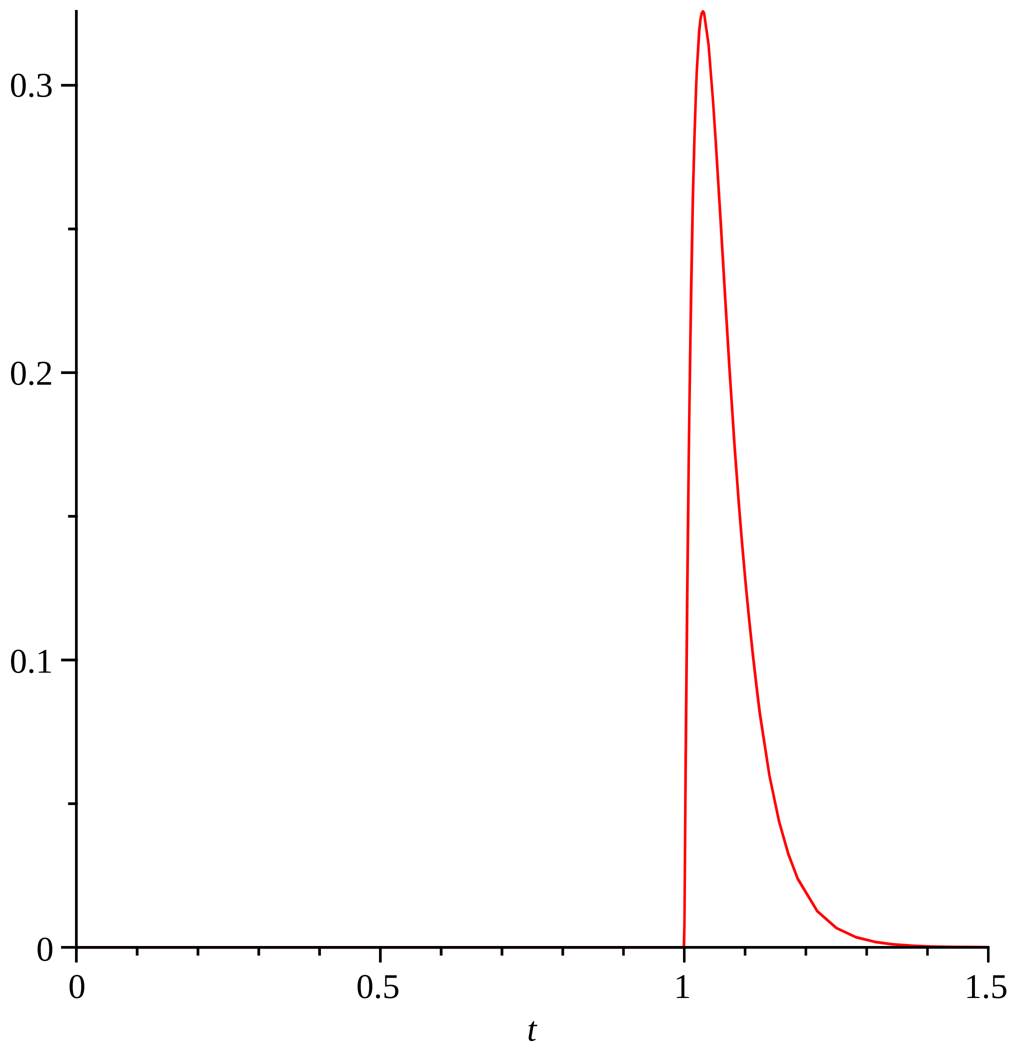
> $Solucion := invlaplace(TransLapSolucion, s, t)$

$$Solucion := i(t) = 2\, \mathrm{Heaviside}(t-1)\, e^{-35\,t + 35} \sinh(15\,t - 15) \quad \textbf{(51)}$$

> $SolucionParticular := simplify(expand(convert(Solucion, \exp)))$

$$SolucionParticular := i(t) = \mathrm{Heaviside}(t-1)\left(e^{-20\,t + 20} - e^{50 - 50\,t}\right) \quad \textbf{(52)}$$

> $plot(rhs(Solucion), t = 0..1.5)$



>

FIN RESPUESTA 5)

> *restart*

6) Resuelva la ecuacion en derivadas parciales para una constante de separación negativa

> $Ecuacion := y\cdot diff(u(x,y),x) + x\cdot diff(u(x,y),y) = 0$

$$Ecuacion := y\left(\frac{\partial}{\partial x}\,u(x,y)\right) + x\left(\frac{\partial}{\partial y}\,u(x,y)\right) = 0 \qquad \textbf{(53)}$$

>

RESPUESTA 6)

> $EcuacionSeparable := eval(subs(u(x,y) = F(x)\cdot G(y), Ecuacion))$

$$EcuacionSeparable := y\left(\frac{d}{dx}\,F(x)\right)G(y) + x\,F(x)\left(\frac{d}{dy}\,G(y)\right) = 0 \qquad \textbf{(54)}$$

> $EcuacionSeparada := \frac{\left(lhs(EcuacionSeparable) - x\,F(x)\left(\frac{d}{dy}\,G(y)\right)\right)}{x\cdot y\cdot F(x)\cdot G(y)} = \frac{\left(rhs(EcuacionSeparable) - x\,F(x)\left(\frac{d}{dy}\,G(y)\right)\right)}{x\cdot y\cdot F(x)\cdot G(y)}$

$$EcuacionSeparada := \frac{\frac{d}{dx}\,F(x)}{x\,F(x)} = -\frac{\frac{d}{dy}\,G(y)}{y\,G(y)} \qquad \textbf{(55)}$$

> $EcuacionX := lhs(EcuacionSeparada) = \text{alpha};\ EcuacionY := rhs(EcuacionSeparada) = \text{alpha}$

$$EcuacionX := \frac{\frac{d}{dx}\,F(x)}{x\,F(x)} = \alpha$$

$$EcuacionY := -\frac{\frac{d}{dy}\,G(y)}{y\,G(y)} = \alpha \qquad \textbf{(56)}$$

> $SolucionXneg := dsolve(subs(\text{alpha} = -\text{beta}\cdot\cdot 2, EcuacionX))$

$$SolucionXneg := F(x) = \_C1\,e^{-\frac{1}{2}\beta^2 x^2} \qquad \textbf{(57)}$$

> $SolucionYneg := dsolve(subs(\text{alpha} = -\text{beta}\cdot\cdot 2, EcuacionY))$

$$SolucionYneg := G(y) = \_C1\,e^{\frac{1}{2}\beta^2 y^2} \qquad \textbf{(58)}$$

> $SolucionNegativa := u(x,t) = (rhs(SolucionXneg))\cdot subs(\_C1 = 1, rhs(SolucionYneg))$

$$SolucionNegativa := u(x,t) = \_C1\,e^{-\frac{1}{2}\beta^2 x^2}\,e^{\frac{1}{2}\beta^2 y^2} \qquad \textbf{(59)}$$

>

FIN RESPUESTA 6)

> *restart*

>

FIN EXAMEN TIPO "B"

> *restart*

>